



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ



สาขาคณิตศาสตร์มัธยม

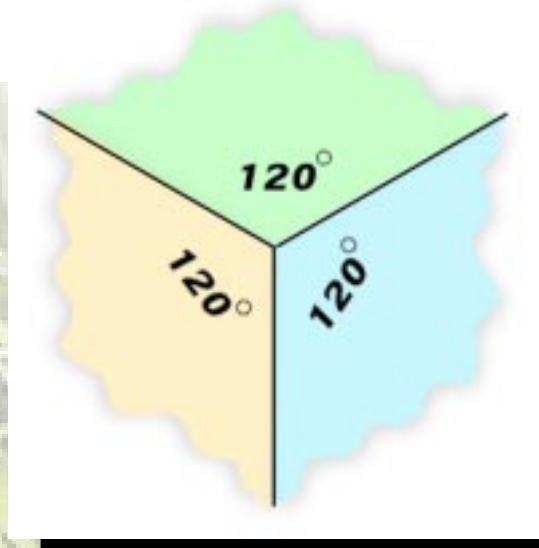
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

จากความหมายที่จะอธิบายถึงสิ่งที่เกิดตามธรรมชาติในรูปของคณิตศาสตร์ นักคณิตศาสตร์พยายามค้นสูตร รูปแบบ จำนวน ซึ่งอาจจะช่วยในการบอกถึงสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ ตามที่เรารู้กันอยู่ธรรมชาติไม่ได้เกิดขึ้นเป็นคณิตศาสตร์เสมอแต่คณิตศาสตร์จะเกิดอยู่เสมอตามธรรมชาติ เช่น เรื่องของ Triple Function ซึ่งเป็นจุดพิเศษที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ จุดที่เส้นมาตัดกัน 3 เส้นเกิดมุมตรงฐานที่ตัดกันนั้นเป็น 120 องศาพอดี



รูปแบบที่เห็นเป็น Triple Function จะมีในกล้วย สับปะรด ข้าวโพด รั้งผึ้ง แม่น้ำแต่ในลายของ ยีราฟ ปลา และ ขนนกกระจอกเทศ



รูปข้าวโพด





คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

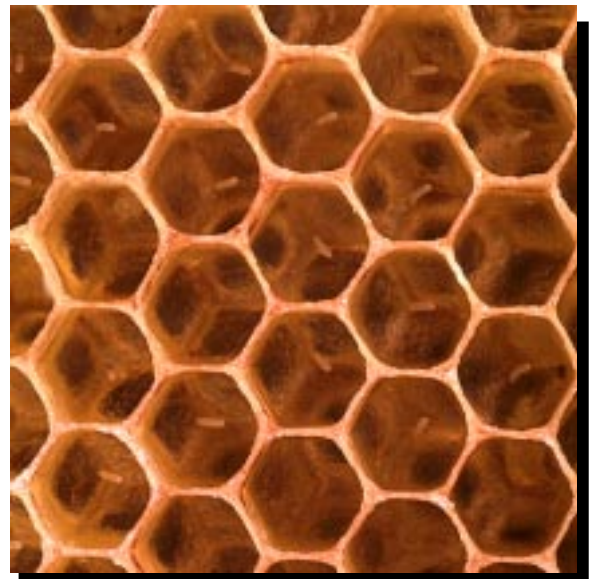
The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology



ปลา



กล้วยหอม



รังผึ้ง

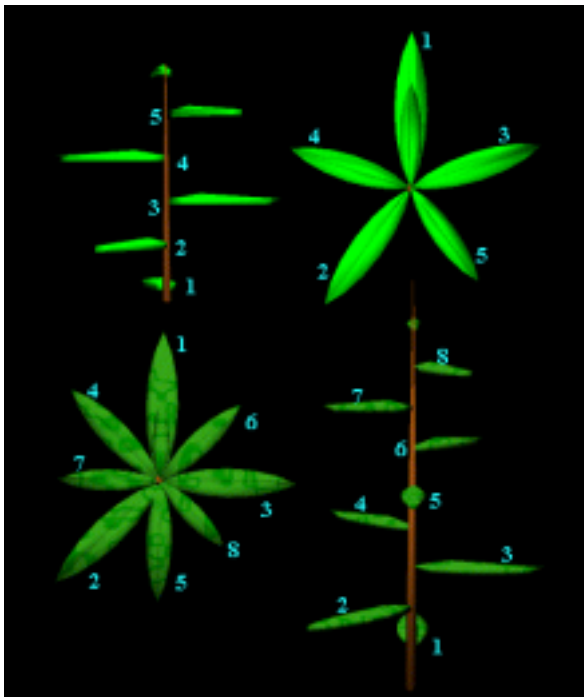




คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ถ้าศึกษาในสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ จะเห็นว่าสิ่งเล็กๆ ที่แปลกประหลาดอยู่ในใบไม้และในต้นไม้มากมาย สิ่งแปลก ก็คือ สิ่งที่แตกแยกเป็นร่องรอยมีลักษณะเป็นเรขาคณิตที่มีสมมาตร (Symmetry) เจริญออกไปเป็นแบบรูป (Pattern) เช่นที่กิ่งก้านต้นไม้ ซึ่งแตกแยกเป็นแบบรูปไม่มีที่สิ้นสุด แบบรูปจะอยู่ในฟอร์มเดียวกันแต่จะเล็กลง ลองพิจารณาดู การเจริญของเฟิร์น



โครงสร้างต้นไม้

จากที่กล่าวมาแล้วเรามองเห็นความสัมพันธ์ต่าง ๆ เหล่านี้ได้อีกในธรรมชาติซึ่งแตกแยกและสมมาตรกัน เช่นการเจริญเติบโตของต้นไม้มีลักษณะเป็น โครงสร้างภายในธรรมชาติมีการเริ่มต้น ของ แนวทางเรขาคณิตที่ไม่มีที่ สิ้นสุด

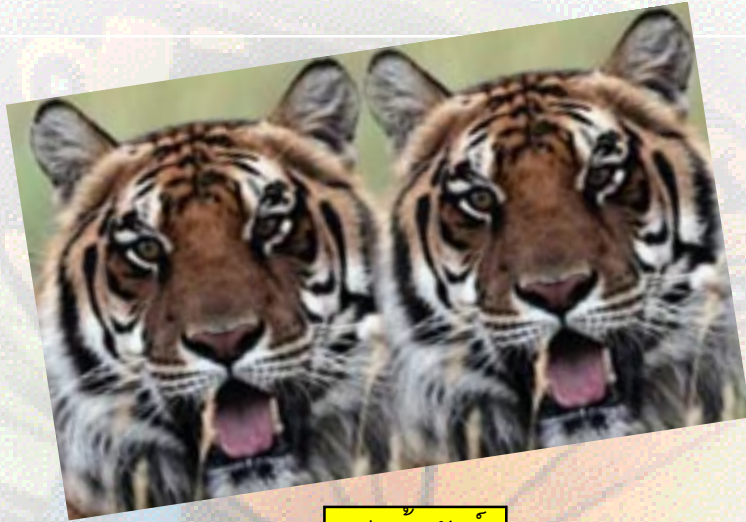




คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ในธรรมชาติทั่วไปลักษณะการสมมาตรจะมีอยู่ในตัวของมันเองเป็นเอกลักษณ์ ไม่ได้เป็นรูป
งดงาม ถ้าสังเกตแล้วการสมมาตรจะมีอยู่ ในพืช ในสัตว์ ในหินแร่ธาตุต่างๆ และการสะท้อนของ
น้ำก็มีรูปทรงที่สมมาตรกัน



รูปหน้าสัตว์



แมลงเต่าทอง



ผีเสื้อ





คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

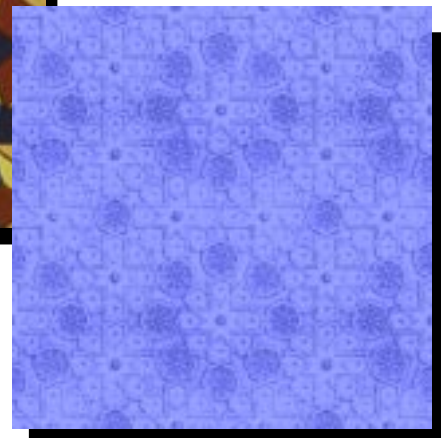


รูปการสะท้อน



รูปแร่ธาตุ

ในงานที่เป็นการประดิษฐ์ เช่น ในกระดาษติดฝาผนังจะมีลักษณะเป็นการสมมาตร เช่นกัน



กระดาษติดฝาผนัง





คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

การสมมาตรสามารถมองเห็นได้ในสิ่งต่าง ๆ สมมาตรที่เป็นทรงกลมหมายถึง ทุกสิ่งเท่ากันในทุกทิศทาง ไม่มีรูปแบบที่แตกต่างกัน สิ่งที่อยู่ในส่วนบนของทรงกลมจะไหลไปในทิศทางเดียวกันโดยมีลักษณะที่เท่ากัน



รูปสมมาตรในทรงกลม



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ลำดับฟีโบนัชชี

ในธรรมชาติเช่น รูปดอกไม้ต่าง ๆ จะมีลักษณะตามรูป จำนวนของกลีบดอกไม้จะเป็น 3 , 5 , 8 , ... ซึ่งเป็นจำนวนในลำดับในฟีโบนัชชี



ดอกกล้วยไม้



ดอกจำปี



ดอกลำดวน



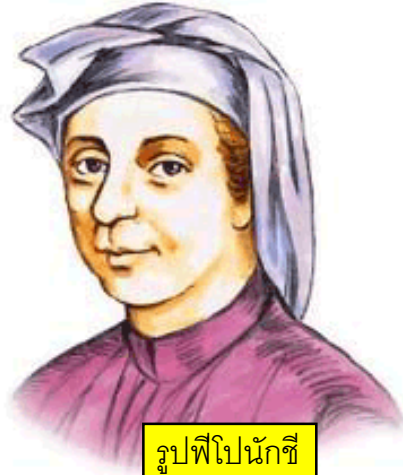
ดอกชบา



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ฟีโบนักชี



รูปฟีโบนักชี

ลีโอนาโด ฟีโบนักชี (Leonardo Fibonacci) อยู่ในประเทศอิตาลีช่วง ค.ศ. 1170 – 1240 เป็นผู้คิดค้นลำดับฟีโบนักชี ซึ่งเป็นลำดับที่กำหนดให้เทอมที่ 1 คือ $a_1 = 1$ เทอมที่ 2 คือ $a_2 = 1$ เทอมที่ 3 คือ $a_3 = 2$ เทอมที่ $n = a_n$ โดยที่ $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$ n จะเป็นจำนวนนับและ $n \geq 3$ จะได้ลำดับ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

ผลบวกของสองจำนวนในลำดับฟีโบนักชีจะเป็นฟีโบนักชี ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จำนวน	ผลบวก
$1 + 1$	2
$1 + 2$	3
$2 + 3$	5
$5 + 6$	11
$8 + 5$	13



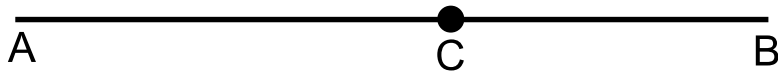
คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ฟีโบนัชชีและอัตราส่วนของ

อัตราส่วนของ

ถ้า c แบ่งส่วนของเส้นตรง AB เป็นสองส่วนคือ AC และ BC



ทำให้เกิด $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{BC} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618 \dots$

เรียก อัตราส่วน $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{BC}$ ว่าอัตราส่วนของค่า

นิยาม ถ้า a, b เป็นจำนวนจริง $\frac{a}{b}$ จะเป็นอัตราส่วนของค่าก็ต่อเมื่อ $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$

ทฤษฎีบท ให้ $\frac{a}{b}$ เป็นอัตราส่วนของค่าก็ต่อเมื่อ $\frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

พิสูจน์ $\frac{a}{b}$ จะเป็นอัตราส่วนของค่า

$\iff \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$

$\iff a^2 = ab + b^2$

$\iff a^2 - ab - b^2 = 0$

$\iff \frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b} - 1 = 0$

$\iff \frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{1+4}}{2}$

$\iff \frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, และ a, b เป็นจำนวนจริง



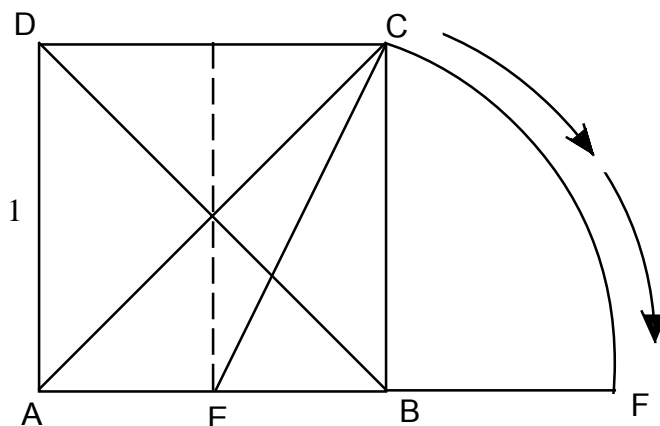
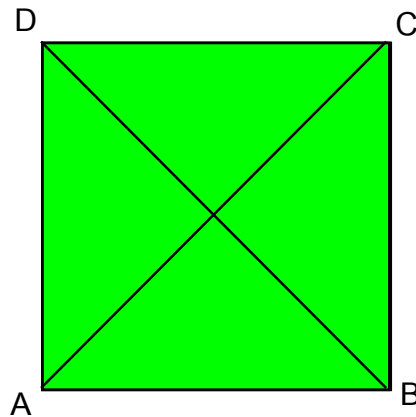


คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

การสร้างเส้นตรงให้มีอัตราส่วนทองคำ

1. จาก AB สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD
2. ลากเส้นทแยงมุมบนสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. ตรงจุดตัดของเส้นทแยงมุมจะแบ่งครึ่ง AB ที่จุด E
4. ลาก CF
5. กางวงเวียนรัศมีเท่ากับ CE ตัด AB ที่ต่อไปที่จุด F



จะได้ $\frac{AB}{BF} = \frac{AF}{AB} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618..$



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

พิสูจน์

ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีความยาวด้านละ 1 หน่วย

จากรูป

$$\begin{aligned}AF &= AE + EF \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

จะได้

$$AF = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$AB = 1$$

$$\frac{AF}{AB} = \frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

1

และ

$$BF = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\frac{AB}{BF} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}-1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+1)}{5^2-1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

2



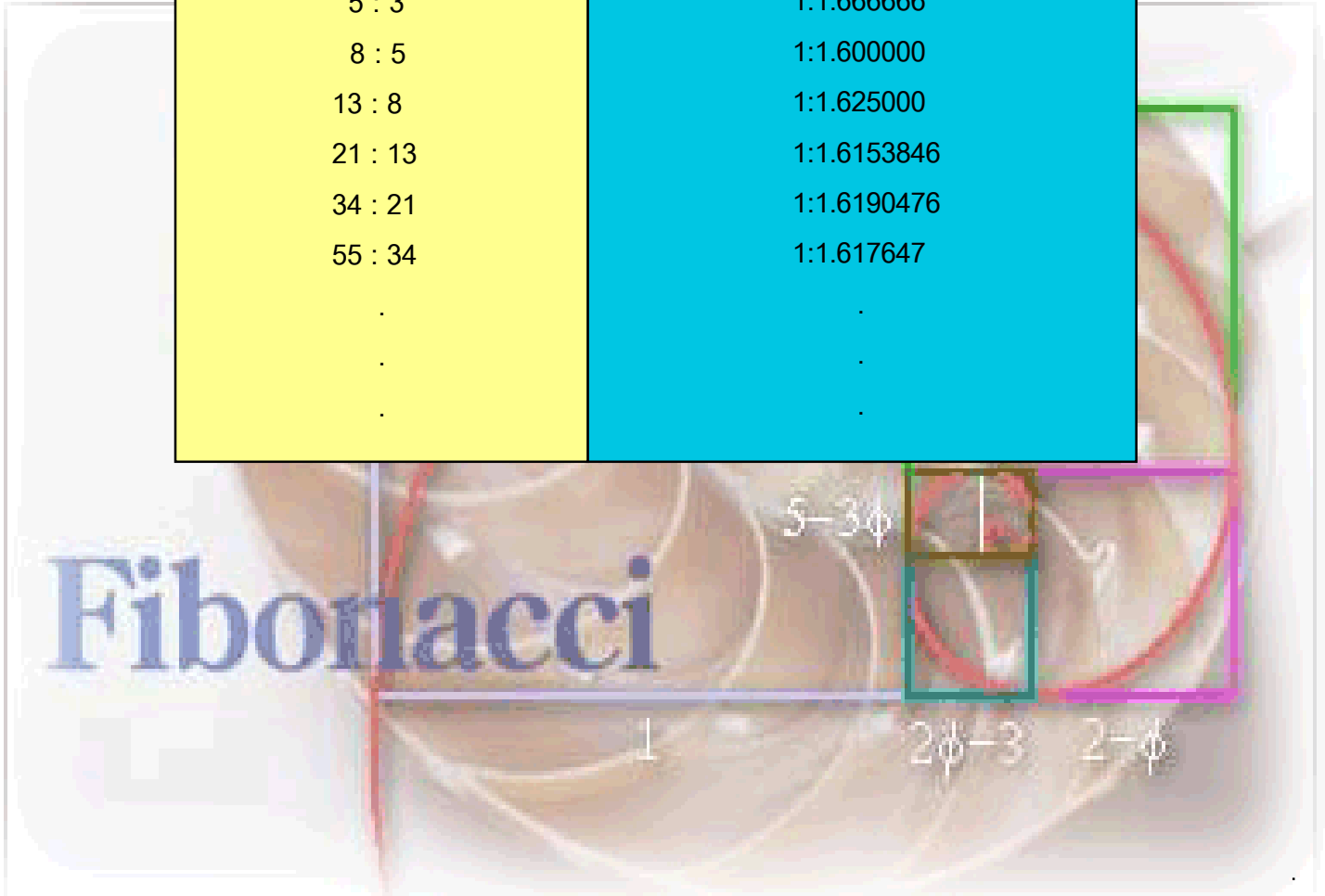


คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

เรารู้ว่า 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... เป็นลำดับฟีโบนัชชี ถ้าทำจำนวนที่ติดกันให้เป็นอัตราส่วน
อย่างต่ำ โดยใช้จำนวนน้อยเป็นตัวหารจะเห็นว่าอัตราส่วนอย่างต่ำที่อยู่ติดกันในลำดับฟีโบนัชชีจะมีค่า
ประมาณ 1 : 1.6 ถ้าเป็นส่วนของจำนวนที่อยู่หลัง 3 แล้วจะมีค่าใกล้เคียงกับ 2 คือ ประมาณ 1:1.618...

อัตราส่วนของจำนวนที่อยู่ติดกัน	อัตราส่วน
5 : 3	1:1.666666
8 : 5	1:1.600000
13 : 8	1:1.625000
21 : 13	1:1.6153846
34 : 21	1:1.6190476
55 : 34	1:1.617647
.	.
.	.
.	.



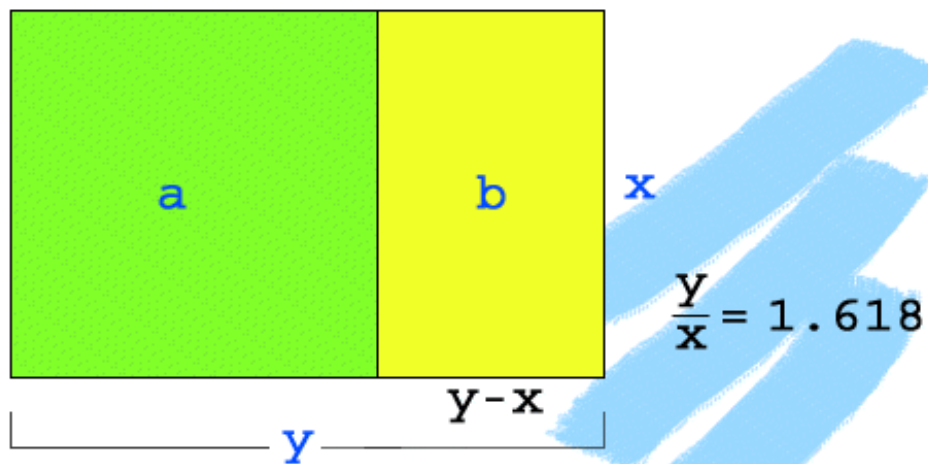


คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

สี่เหลี่ยมทองคำ (Golden Rectangular)

ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแล้วหารความยาวด้วยความกว้างจะได้อัตราส่วนทองคำ ดังรูป



ตามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมทองคำจะมีคุณสมบัติที่ว่า $y / x = 1.618...$ หรือด้านยาวหารด้วย ด้านกว้าง = 1.618... รูป a จะเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่อยู่ในสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้วยอัตราส่วน x / x และส่วนที่เป็นรูป b จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมทองคำอีกรูปด้วยอัตราส่วน $x / (y - x)$ หรือจะพูดอีกอย่างว่าอัตราส่วนของ ด้านยาวของรูป b กับความสูงซึ่งเป็นด้านอีกด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจะเป็นอัตราส่วนทองคำ นั่นคือบนด้านที่มีอัตราส่วนทองคำถ้าสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านยาวด้านที่เหลือจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีอัตราส่วน เท่ากับรูปเดิม

ฟีโบนัชชีและเกลียวทองคำ (Fibonacci and Spiral Golden)

ถ้าหาอัตราส่วนของสองจำนวนในลำดับฟีโบนัชชีโดยหารแต่ละเทอมด้วยจำนวนที่มาก่อนด้วยจำนวนนั้นเสมอ แล้วเขียนกราฟแสดงอัตราส่วน ดังนี้

$$\frac{1}{1} = 1, \frac{2}{1} = 2, \frac{3}{2} = 1.5, \frac{5}{3} = 1.66..., \frac{8}{5} = 1.6, \frac{13}{8} = 1.62, \frac{21}{13} = 1.615$$

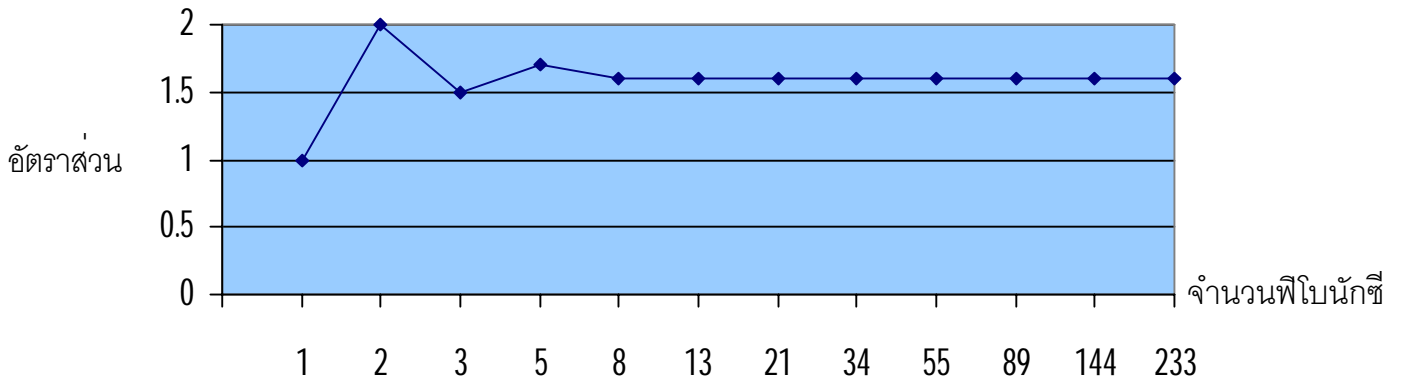




คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

อัตราส่วนของเทอมของฟีโบนัชชีที่อยู่ติดกัน

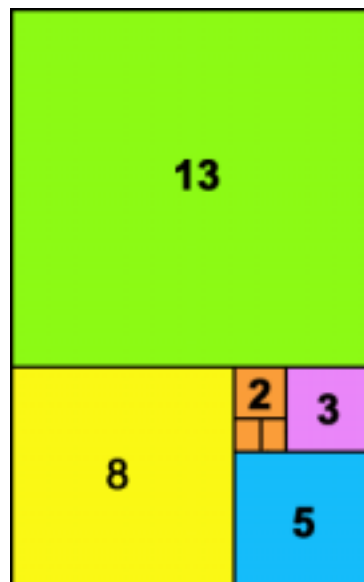


อัตราส่วนที่ได้เข้าใกล้อัตราส่วนทองคำคือประมาณ 1.6 นั่นคือ ถ้าให้ เทอมที่ n ของลำดับฟีโบนัชชีที่เข้าใกล้ infinity จะได้

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = 1.618033988749\dots$$

รูปเกลียวจากรำดับฟีโบนัชชี

เราสามารถสร้างรูปที่แสดงจำนวนในลำดับฟีโบนัชชี (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...) โดยเริ่มที่จำนวนสองจำนวนที่มีขนาด 1 และจำนวนต่อไปจะสร้างสี่เหลี่ยมรูปจัตุรัสที่มีพื้นที่ $2(1 + 1)$ ดังรูป

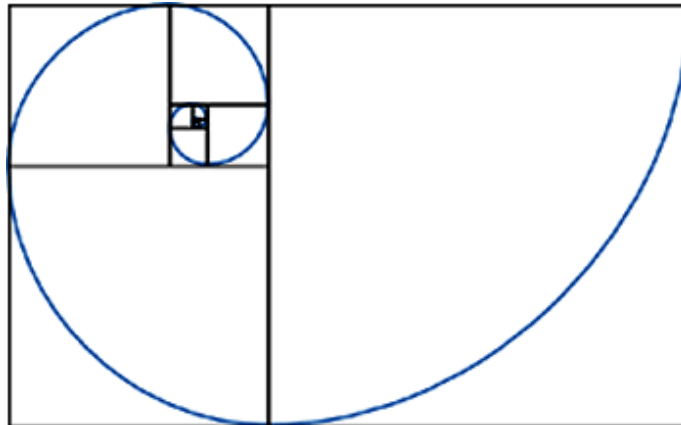




คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่ให้ส่วนที่ตัดกับขอบของทั้ง 2 รูปสี่เหลี่ยมมีค่าเป็น 3 หน่วยและอีกรูปหนึ่งจะตัดกับด้านทั้ง 2 ที่มีค่าเท่ากับ 5 หน่วย เราสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมไปรอบ ๆ รูปโดยที่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมใหม่มีความยาวเท่ากับด้านของรูปสี่เหลี่ยมเก่า 2 รูปบวกกัน จะเห็นว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ได้ซึ่งมีด้าน 2 ด้านเป็นจำนวนในลำดับฟีโบนัชชี 2 จำนวนติดกัน ซึ่งเราอาจจะเรียกว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้าของฟีโบนัชชี



จะเห็นว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้าในรูปเป็นสี่เหลี่ยมทองคำ เราสร้างเกลียวได้โดยนำหนึ่งในสี่ของวงกลมมาต่อกับส่วนหนึ่งจะเป็นรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปเกลียวทองคำนี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Fibonacci Spiral จะมีส่วนของโค้งที่เหมือน ๆ กันที่เกิดขึ้นในธรรมชาติ เช่นในรูปของหอยทะเล ได้แก่ หอย Chambered Nautilus , หอย Ammouite



Ammouite



Chambered Nautilus



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

จำนวนฟีโบนัชชีธรรมชาติ

ถ้าดูจากการจัดการของเมล็ดที่อยู่ในดอกไม้ จะเห็นจำนวนฟีโบนัชชีในเมล็ด เช่น ดอกทานตะวัน มีการจัดการแบบเกลียวทองคำ



ดูจากกลีบดอกตามรูป ถ้านับเกลียวที่เกิดขึ้นทั้งทางซ้ายและทางขวา จะเห็นว่าถ้านับตามเข็มนาฬิกาจะมี 55 กลีบ ถ้านับทวนเข็มนาฬิกาจะมี 34 กลีบ จำนวนทั้งคู่จะเป็นฟีโบนัชชีที่อยู่ติดกัน





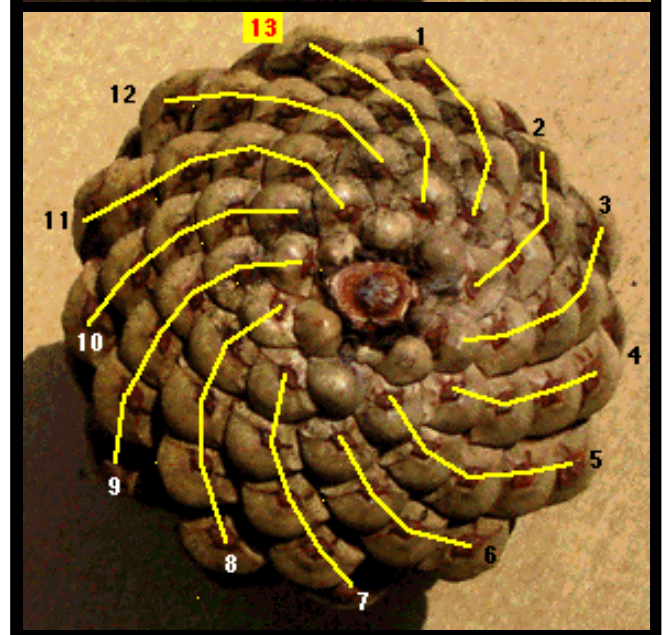
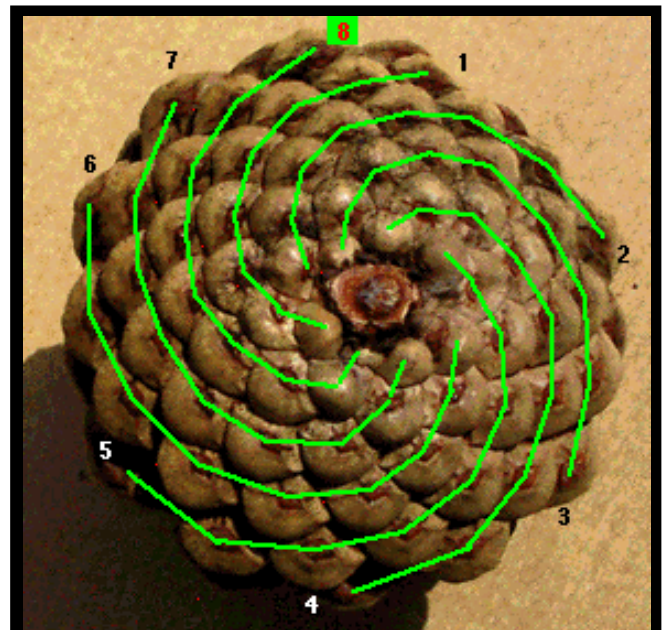
คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ทำนองเดียวกัน ลูกสน (Pine Cone) ที่แสดงเขตของเกลียว ฟิโบนัชชี มีเขตของเกลียวเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งที่มีทิศทางที่หมุนตามเข็มนาฬิกา และอีกส่วนหนึ่งจะหมุนทางตรงข้าม ถ้านับตามเกลียวทั้งสอง เราจะพบว่าจำนวนที่ได้จะเป็นจำนวนฟีโบนัชชีที่ติดกัน



รูปเขตของเกลียวแสดง 2 ทิศทาง





คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

จำนวนฟีโบนัชชีกับสัดส่วนของร่างกาย

ลองมองดูที่มือของเรา จะเห็นว่า

เรามี 2 มือ

แต่ละมือมี 5 นิ้ว

แต่นิ้วมี 3 ส่วน

แต่ละส่วนมี 2 ข้อ

แต่ละข้อมีกระดูก 1 ชิ้น



ถ้าเราวัดระยะของกระดูกในนิ้วมือ จะเห็นว่า

อัตราส่วนความยาวระหว่างกระดูกส่วนที่ยาวที่สุดกับส่วนที่มีขนาดกลางจะมีค่า 1.618...

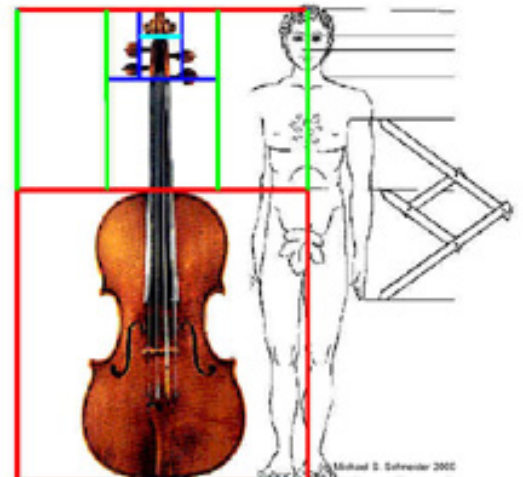
อัตราส่วนความยาวระหว่างกระดูกส่วนที่มีขนาดกลางกับส่วนที่สั้นที่สุดจะมีค่า 1.618...

ด้วย

ถ้าดูตามสัดส่วนของร่างกายธรรมชาติจะให้มาเป็นอัตราส่วนของค่า เช่น อัตราส่วนของความสูงจากระดับเอวถึงเท้า กับ หัวถึงเอว เป็นอัตราส่วนของค่า

อัตราส่วนของระยะ ศอกถึงปลายนิ้ว กับระยะ ต้นแขนถึงศอก ก็เป็นอัตราส่วนของค่า

เรานิยมนำอัตราส่วนของค่าไปใช้ในเรื่องทั่วไปเพราะ ทำให้มีสัดส่วนสวยงาม เช่นการทำไวโอลิน การทำเฟอร์นิเจอร์ต่างๆ เช่นการทำ เติง โต๊ะทำงาน เก้าอี้ หรือแม้แต่เตียงสำหรับนอนด้วย





คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

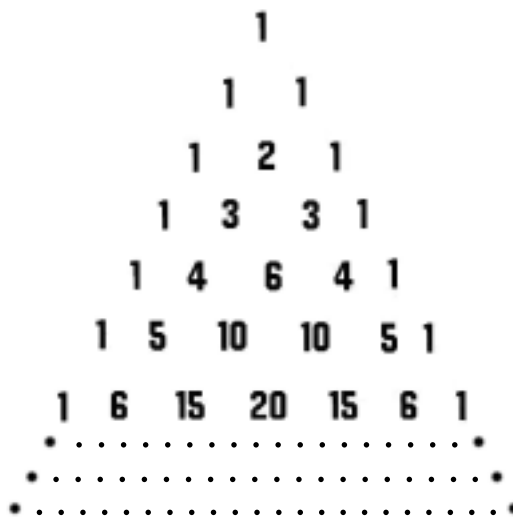
จำนวนฟีโบนัชชีในรูปสามเหลี่ยมปาสคาล

จำนวนในธรรมชาติเริ่มต้นจากการนับจำนวนต่างๆ การหาความยาวและ การหาพื้นที่ของสิ่งต่างๆ จาก จำนวนนี้ทางคณิตศาสตร์ได้สร้างหลักเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มากมาย เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร หรือลำดับของเลขคณิต ลองมาดูจำนวนที่ได้จากสัมประสิทธิ์ของพจน์ต่างๆ ที่ได้จากการกระจาย $(a - b)^n$ แล้วนำมา เขียนแสดงในรูปสามเหลี่ยม เรียกว่า สามเหลี่ยมปาสคาล (Pascal's Triangle)

ปาสคาล (Blaise Pascal) อยู่ในระหว่าง ค.ศ. 1623 - 1662 เป็นชาวฝรั่งเศสเป็นนักคณิตศาสตร์ ที่มี ชื่อเสียง และเป็นผู้คิดค้นสามเหลี่ยมปาสคาล (Pascal's Triangle) ดังรูป



ปาสคาล (Blaise Pascal)



รูปสามเหลี่ยมปาสคาล (Pascal's Triangle)

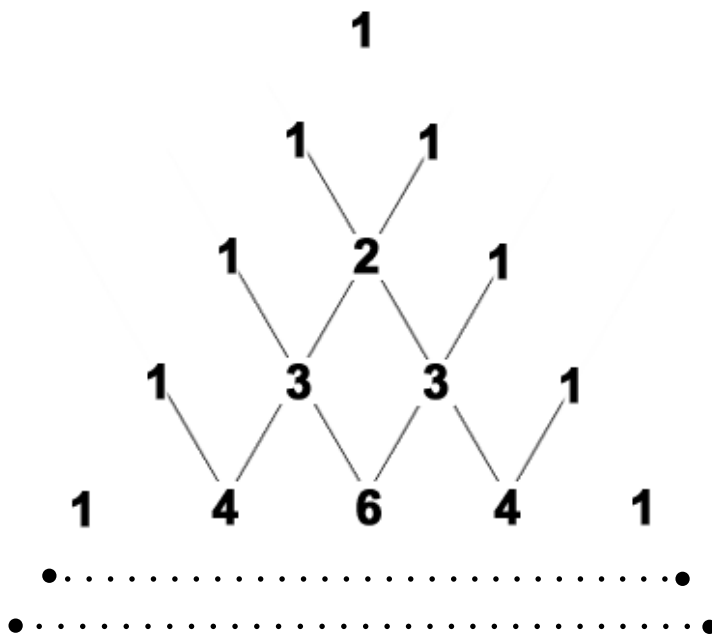




คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ลองพิจารณาดูผลบวกของจำนวนที่อยู่บนสามเหลี่ยมปาสคาล จะเห็นว่าสามเหลี่ยมปาสคาลมีขอบสองข้างประกอบด้วย 1 และแต่จำนวนของสามเหลี่ยมเกิดจากการบวกของจำนวนที่อยู่เหนือขึ้นไป ดังรูป



จำนวนในแถวแสดงถึงสัมประสิทธิ์ของพจน์ต่างๆ ที่ได้จากการกระจาย $(a - b)^n$ ตามรูป เมื่อ n เป็นจำนวนนับจากบนลงล่าง $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ถ้าไม่นับแถว 0 $(a + b)^3$ เป็นแถวที่ 3 จะให้สัมประสิทธิ์ของ $(a + b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3ab^2 + b^3$ สัมประสิทธิ์ของพจน์ต่างๆ ที่ได้จากการกระจายคือ

1 3 3 1

ดังนั้นในแถวที่ 4 ที่ 5 และต่อมาจะมีสัมประสิทธิ์อย่างไร

$(a + b)^0$						1
$(a + b)^1$					1	1
$(a + b)^2$				1	2	1
$(a + b)^3$			1	3	3	1
$(a + b)^4$		1	4	6	4	1
$(a + b)^5$	1	5	10	10	5	1
	•.....•					
	•.....•					

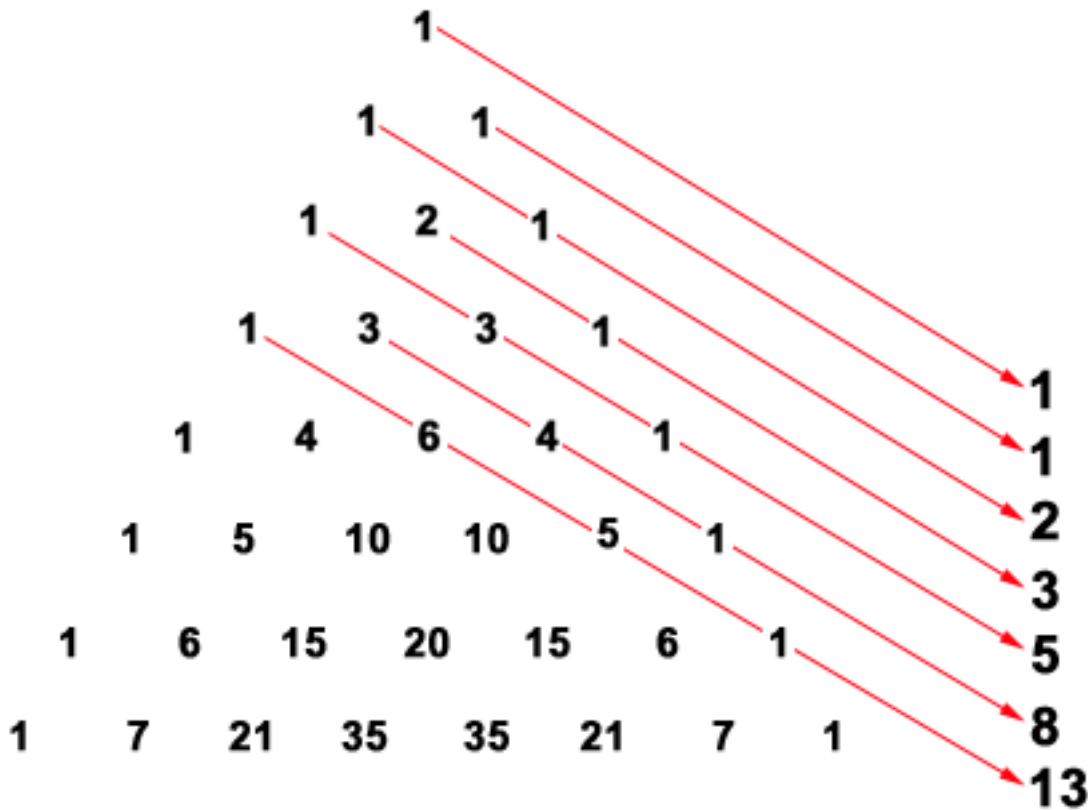




คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

ดูรูปสามเหลี่ยมปาสคาล ถ้าเป็นบวกตามแนวทะแยง (ตามแนวลูกศร) จะได้ผลลัพธ์ เป็น 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,... ซึ่งเป็นลำดับฟีโบนัชชีด้วย



ลำดับฟีโบนัชชี

ลองหาจำนวนที่เป็นลำดับฟีโบนัชชีตัวต่อไปอีก 3 ตัว





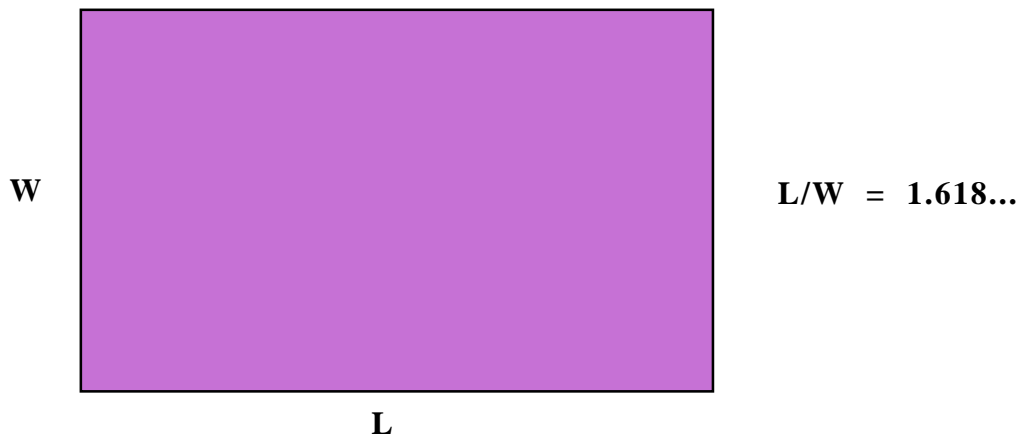
คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

รูปสี่เหลี่ยมทองคำกับงานศิลปะ

เราทราบแล้วว่ารูปสี่เหลี่ยมทองคำจะได้จากด้านยาว (L) หารด้วยด้านกว้าง (W)

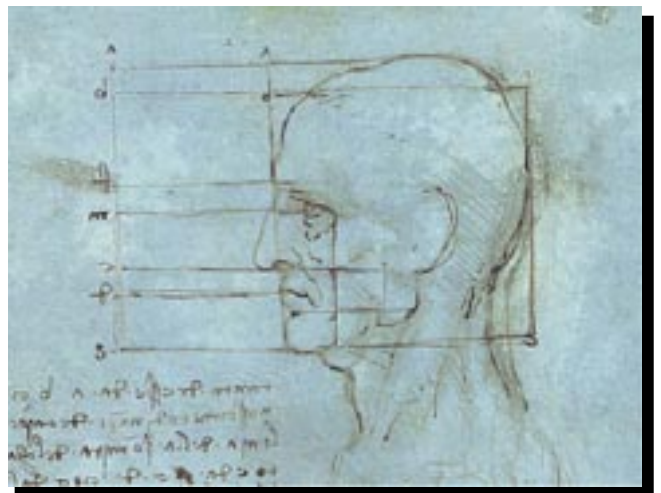
เมื่อ $\frac{L}{W} = 1.618$ จะได้รูปสี่เหลี่ยมทองคำ



รูปสี่เหลี่ยมทองคำมีอัตราส่วนของด้านเป็นที่ชื่นชอบมาก นำมาใช้ในงานศิลปะตั้งแต่สมัยกรีก และโรมันในสมัยศตวรรษที่ 20 เช่น โครงสร้างวิหารพาทินอน ภาพคนชรา และ ภาพโมนา ลิซ่า ของลีโอนาโด ดา วินชี ซึ่ง สร้างให้มีส่วนต่างๆ ในใบหน้าที่เป็นอัตราส่วนทองคำ ดังรูป



วิหารพาทินอน



ภาพคนชราของ ลีโอนาโด ดา วินชี



คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

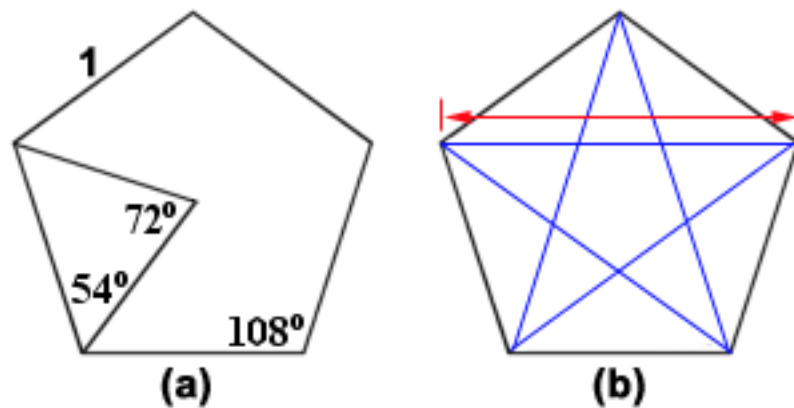
The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology



ภาพโมนาลิซ่า ของ ลีโอนาโด ดา วินชี

การสร้างรูปห้าเหลี่ยม

ถ้ารูปห้าเหลี่ยมทั่วไปถูกวาดโดยลากเส้นทะแยงมุมจากมุมหนึ่งไปอีกมุมหนึ่งโดยด้านของห้าเหลี่ยมมีระยะเท่ากับ 1 หน่วย อัตราส่วนระหว่างด้านทะแยงและด้านจะมีค่า 1.618...



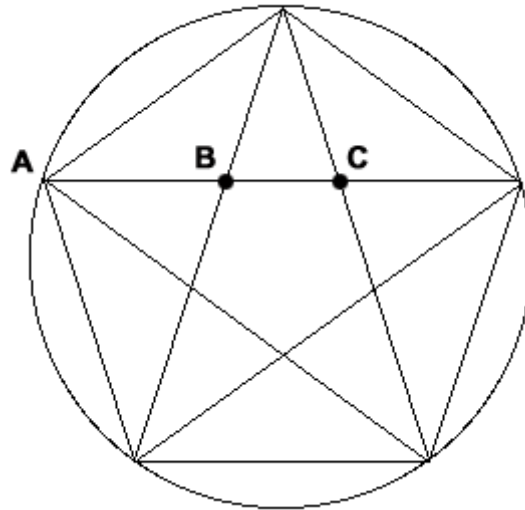


คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

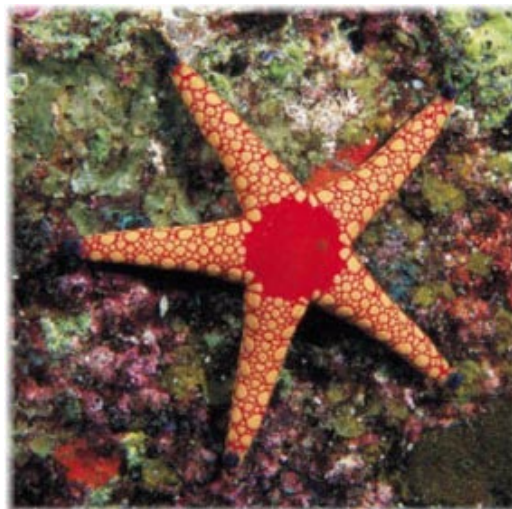
The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

หรือ ตามรูป สร้างรูปหน้าเหลี่ยมด้านเท่า จะได้อัตราส่วนของค่าเมื่อ

$$|AC| / |AB| = |AB| / |BC|$$



เราจะพบว่ารูปห้าเหลี่ยมที่มีอัตราส่วนของค่าในสัตว์ทะเลเช่นใน ปลาดาว หรือ Starfish บางที่เราเรียกว่า Golden Starfish



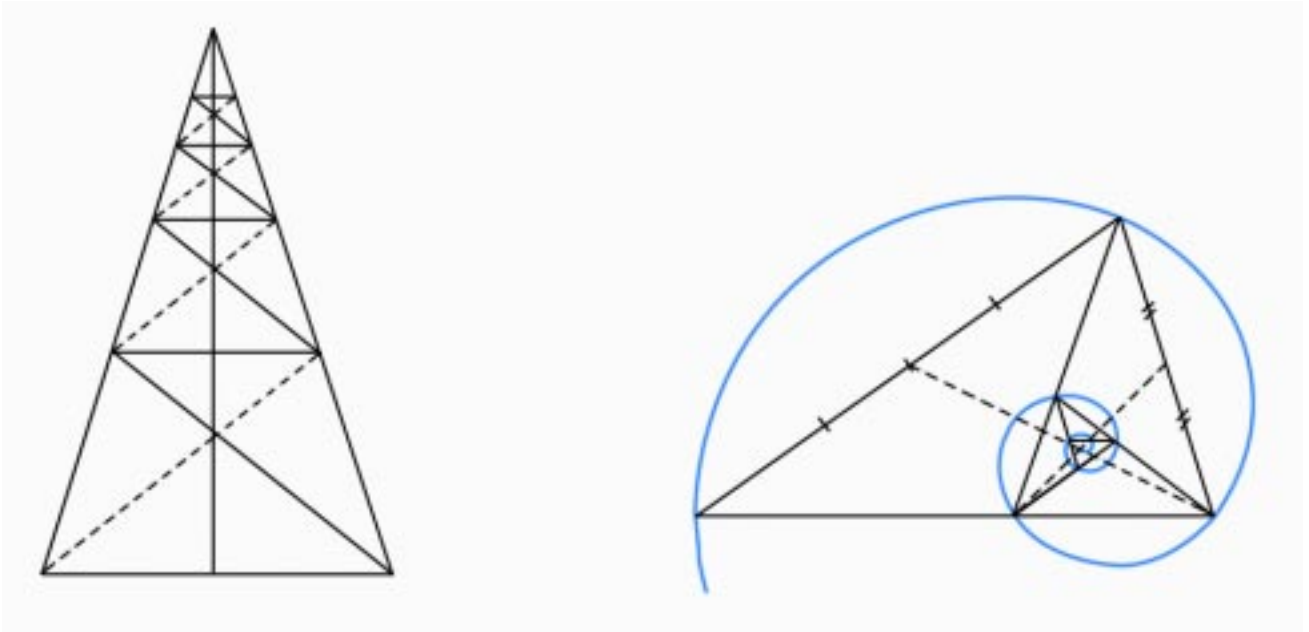


คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

การสร้างรูปสามเหลี่ยมทองคำ

นอกจากนี้เราสร้างรูปสามเหลี่ยมทองคำได้ โดยสร้างสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ฐานเท่ากับ 72° และมุมยอดเท่ากับ 36° ถ้าแบ่งฐานสามเหลี่ยมเป็นสองส่วนจะให้สามเหลี่ยมใหม่ 2 รูป ขบวนการนี้เป็นไปต่อเนื่องกัน ขึ้นอยู่กับขาของรูปสามเหลี่ยม อัตราส่วนทองคำที่นับจำนวนไม่ได้จะปรากฏ เมื่อไม่ได้พบรูปสามเหลี่ยมและจะได้รูปที่เป็นอัตราส่วนทองคำด้วยโดย $|AB| / |BC| = 1.618\dots$



ตามการสร้างรูปนี้ แสดงให้เห็นว่า สามเหลี่ยมซึ่งสร้างส่วนโค้งให้แต่ละรูปสามเหลี่ยมที่มุมทำให้เกิดเกลียว





คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology

จากการสร้างรูปสามเหลี่ยมทองคำ 1 รูป จะสามารถสร้างต่อไปภายในอย่างไม่มีที่สิ้นสุดและเราสามารถสร้างรูปห้าเหลี่ยมได้อีกโดยไม่มีที่สิ้นสุดเช่นกัน ดูตามรูป จุดทั้ง 5 ของรูปห้าเหลี่ยมจะเป็นสามเหลี่ยมทองคำด้วย

