12 การทดสอบไคสแควร์
Chi-Square Test

■ บทนำ

การทดสอบไคสแควร์ (Chi-Square Test) เป็นวิธีการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่อยู่ในรูปของความถี่หรือในรูปของสัดส่วน ตัวอย่างเช่น การศึกษาเจตคติ ความคิดเห็น ความสนใจ หรือการยอมรับ เป็นต้น ซึ่งไม่สามารถวัดค่าออกมาเป็นตัวเลขที่แน่นอน แต่สามารถจำแนกออกเป็นหมวดหมู่ได้ เช่น มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย น้อยที่สุด หรือ ดี-ไม่ดี เป็นต้น ซึ่งเป็นข้อมูลที่เกิดจากการเก็บรวบรวมจากตัวแปรที่เกี่ยวข้องแล้วจำแนกออกมาเป็นความถี่หรือสัดส่วน ถ้าหากต้องการศึกษาว่าการแจกแจงความถี่ของข้อมูลที่ได้จากตัวแปรหนึ่งเป็นไปลักษณะใด หรือถ้าหากต้องการเปรียบเทียบตัวแปร 2 กลุ่มหรือมากกว่า 2 กลุ่มว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ การทดสอบไคสแควร์จะเหมาะสมกว่าการทดสอบด้วย Z เนื่องจากการทดสอบด้วย Z เหมาะสำหรับทดสอบสัดส่วนของประชากรเพียงกลุ่มเดียว หรือการทดสอบความแตกต่างระหว่างสัดส่วนของสิ่งที่สนใจจากประชากร 2 กลุ่มเท่านั้น การทดสอบไคสแควร์จึงเป็นวิธีการทางสถิติที่นิยมใช้มากในการเปรียบเทียบหรือทดสอบข้อมูลที่เป็นความถี่หรือข้อมูลที่อยู่ในรูปของสัดส่วน โดยเฉพาะการใช้วิเคราะห์ข้อมูลจากการแบบสอบถามแบบมาตราส่วนประเมินค่า

■ หลักการทดสอบไคสแควร์

สมมติมีประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย (μ) และความแปรปรวน (σ) ถ้าหากสุ่มประชากรออกมา 1 คน แล้วนำมาแทนค่าในสูตร

$$Z^2 = \frac{(X-m)^2}{s^2}$$

หลังจากนั้น จึงนำค่าของ Z^2 ตั้งแต่ 0 จนถึง $\propto$ ไปเขียนกราฟแสดงการแจกแจงของ Z^2 จะพบว่า การแจกแจงของกราฟ Z^2 ที่ได้ จะมีลักษณะเหมือนกับการแจกแจงของไคสแควร์ (χ^2) ที่มีระดับองศาอิสระเป็น 1 แต่ถ้าหากสุ่มประชากรออกมา N คน จำนวน 1 ครั้งและนำมาแทนค่าในสูตรเดียวกัน เพื่อหาค่า Z^2 และผลรวมของ ΣZ^2 กระทำลักษณะเช่นเดียวกันนี้เป็นจำนวน $\propto$ ครั้ง แล้วนำไปเขียนกราฟเพื่อแสดงการแจกแจงของ ΣZ^2 จะพบว่าได้เส้นกราฟที่ได้ จะมีลักษณะเหมือนกับการแจกแจงของไคสแควร์ (χ^2) ที่มีระดับองศาอิสระเป็น N นั่นคือ

$$c^2(N) = \sum_{i=1}^{N} Z_i^2$$

$$c^2(N) = \sum \frac{(X_i - m)^2}{s^2} = \frac{(X - m)^2}{s^2}$$

ในกรณีของการแจกแจงความแปรปรวน สมมติมีประชากรที่มีการแจกแจงปกติและทราบค่าของความแปรปรวน (σ^2) ของประชากรกลุ่มนี้ สมมติต่อไปว่ามีการสุ่มประชากรออกมา N ค่า จำนวน ∝ ครั้ง พร้อมทั้งหาค่าความแปรปรวน (S^2) ในแต่ละครั้ง หลังจากนั้นจึงนำค่ามาแจกแจงเป็นความแปรปรวนของประชากร จะได้ว่า

$$c^2(N-1) = \frac{(N-1)S^2}{s^2}$$

หรือ

$$S^2 = \frac{c^2 s^2}{N-1}$$

จะพบว่า σ^2/N-1 ก็คือค่าคงที่สำหรับความแปรปรวนของประชากรและกลุ่มตัวอย่าง ดังนั้นการแจกแจงของ S^2 จึงขึ้นอยู่กับ χ^2 ไคสแควร์จะมีความสัมพันธ์กับ Z และความแปรปรวนตามความสัมพันธ์ของสูตรต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้ว สำหรับการทดสอบไคสแควร์ จำแนกออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การทดสอบความกลมกลืน (The goodness of fit test)
2. การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร (Test of Association)
3. การทดสอบความเป็นเอกภาพ (Test of Homogeneity)

■ **การทดสอบความกลมกลืน** (The goodness of fit test)

การทดสอบความกลมกลืน (The goodness of fit test) เป็นการทดสอบไคสแควร์เพื่อศึกษาว่าการแจกแจงความถี่ของตัวแปรเป็นไปตามรูปแบบที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยศึกษาจากตัวแปรเพียงตัวเดียว โดยการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลจากตัวแปรกับข้อมูลที่ได้จากความคาดหมายหรือจากทฤษฎีใด ๆ ว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่

สมมติว่ามีการสัมภาษณ์ผู้ที่ใช้เครื่อง PDA จำนวน 100 คน พบว่าผู้ใช้ 75 คน ชอบใช้ระบบปฏิบัติการ Windows CE ส่วนอีก 25 คน ชอบใช้ระบบปฏิบัติการ Palm OS ถ้าแทนค่าจำนวน 75 คน ด้วย X และแทนค่า 25 คน ด้วย N - X เมื่อนำไปเขียนตาราง จะได้ดังนี้

Windows CE X	Palm OS N - X	รวม N
75	25	100

ถ้าต้องการศึกษาความคิดเห็นของผู้ใช้ PDA ส่วนใหญ่ว่าชอบใช้ระบบปฏิบัติการใดมากกว่ากัน ความคาดหวัง (หรือที่ควรจะเป็น) ก็คือชอบเท่า ๆ กันอย่างละ 50 : 50 ดังนั้น ถ้าต้องการทดสอบว่าข้อมูลข้างต้นที่ได้จากการสัมภาษณ์จะเป็นไปตามที่คาดหวังหรือไม่ จะสามารถใช้ไคสแควร์ทดสอบในกรณีนี้ได้

จากสูตร $$c^2(N) = \sum \frac{\left(X_i - m\right)^2}{s^2} = \frac{(X-m)^2}{s^2}$$

หรือ $$c^2(1) = Z^2 = \frac{(X-m)^2}{s^2}$$

เมื่อ X_i สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้น $\mu = N_p$ และ $\sigma^2 = N_{pq}$

$$c^2(1) = Z^2 = \frac{(X-N_p)^2}{N_{pq}}$$

$$c^2(1) = \frac{(X-N_p)^2}{N_p} + \frac{(N-X-N_q)^2}{N_q}$$

สมมติให้ O แทนความถี่ที่ได้จากการศึกษา และ E แทนความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) ถ้าให้ตัวแปรที่ศึกษาแบ่งออกเป็น k กลุ่ม จะได้ว่า

$O_1, O_2 \ldots O_k$ เป็นความถี่ของตัวแปรที่ได้จากการศึกษา

$E_1, E_2 \ldots E_k$ เป็นความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น)

จากตัวอย่าง O_1 ก็คือ ความถี่ที่ได้จากการศึกษาของผู้ใช้ PDA ที่ชอบระบบปฏิบัติการ Windows CE และ O_2 ก็คือ ความถี่ที่ได้จากการศึกษาของผู้ใช้ PDA ที่ชอบระบบปฏิบัติการ Palm OS ส่วน E_1 ก็คือ ความถี่ที่ความคาดหวัง (หรือที่ควรจะเป็น) ของผู้ใช้ PDA ที่ชอบระบบปฏิบัติการ Windows CE และ E_2 ก็คือ ความถี่ที่ความคาดหวัง (หรือที่ควรจะเป็น) ของผู้ใช้ PDA ที่ชอบระบบปฏิบัติการ Palm OS

แทนค่า O_1, O_2 และ E_1, E_2 ลงในสมการ จะได้สูตรที่ใช้ในการทดสอบไคสแควร์

$$c^2 = \frac{(O_1-E_1)^2}{E_1} + \frac{(O_2-E_2)^2}{E_2}$$

จะได้ว่า $$c^2 = \sum \frac{\left(O-E\right)^2}{E} \quad \text{หรือ} \quad c^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(O_i-E_i\right)^2}{E_i}$$

เมื่อพิจารณาจากสูตร จะพบว่า O จะต้องมีค่ามากกว่า E จึงจะสามารถนำมาหารกันได้ นั่นคือ ความถี่ของตัวแปรที่ศึกษาจะต้องมีค่ามากกว่าความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) ถ้าหากค่าของ E ไม่เป็นไปตามนี้ จะต้องใช้วิธีการอื่น จากสูตรแสดงว่าการทดสอบไคสแควร์เป็น

การทดสอบแบบหางเดียวทางด้านบวก (หรือมากกว่า) เพียงด้านเดียวเท่านั้น ดังนั้น การทดสอบไคสแควร์จึงต้องใช้กับขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่เพียงพอ โดยทั่วไปควรมีจำนวน N ไม่น้อยกว่า 50 และจะต้องมีค่า E ไม่ต่ำกว่า 2 นอกจากนี้ จำนวนกลุ่มของ E ที่มีค่าน้อยกว่า 5 จะต้องมีไม่เกิน 20% ของจำนวนกลุ่มตัวแปรทั้งหมด

จากสูตร ถ้า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่าเป็นศูนย์ แสดงว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างความถี่ของตัวแปรที่ได้จากการศึกษา กับความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) นั่นคือ ยอมรับตามสมมติฐานเป็นกลาง (H_0) และปฏิเสธสมมติฐานตรงข้าม (H_1) แต่ถ้า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าศูนย์ การตัดสินใจที่จะเชื่อตามสมมติฐานเป็นกลาง (H_0) หรือไม่นั้น ทำได้โดยการเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้ (χ^2) กับค่าที่ได้จากตาราง χ^2 ที่ df ตามที่ศึกษาและระดับนัยสำคัญที่กำหนด ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากตาราง แสดงว่าความแตกต่างของความถี่ที่ได้จากตัวแปรที่ศึกษามีนัยสำคัญ กับความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) นั่นคือ ยอมรับตามสมมติฐานตรงข้าม (H_1) และปฏิเสธสมมติฐานเป็นกลาง (H_0)

ตัวอย่างที่ 12-1

ในการสัมภาษณ์ความคิดเห็นของผู้เรียนจำนวน 39 คน เกี่ยวกับความพึงพอใจในการใช้ระบบการรายงานผลการเรียนผ่านอินเทอร์เน็ตของสถานศึกษาแห่งหนึ่ง ปรากฏผลดังนี้

1. มีความพึงพอใจมาก จำนวน 20 คน
2. มีความพึงพอใจปานกลาง จำนวน 12 คน
3. มีความพึงพอใจน้อย จำนวน 7 คน

ต้องการทดสอบว่า จำนวนผู้เรียนที่แสดงความคิดเห็นในระดับต่าง ๆ จะแตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สมมติฐานการวิจัย

H_0 : ผู้เรียนที่แสดงความคิดเห็นในระดับต่าง ๆ มีจำนวนไม่แตกต่างกัน

H_1 : ผู้เรียนที่แสดงความคิดเห็นในระดับต่าง ๆ มีจำนวนแตกต่างกัน

จากสูตร

$$c^2 = \frac{(X - N_p)^2}{N_{pq}} = \frac{(O-E)^2}{E}$$

จากสูตร จะต้องหาค่า p ก็คือ ความน่าจะเป็น (Probability) ของกลุ่มตัวอย่างที่เป็นสมาชิกในแต่ละเซล ซึ่งมีจำนวน 3 เซล ดังนั้น ความน่าจะเป็นก็คือ p = 1/3 ดังนั้น $N_p = \frac{1}{3}(39) = 13$

ความถี่	ระดับความพึงพอใจ		
	มาก	ปานกลาง	น้อย
ความถี่ที่ศึกษา (O)	20	12	7
ความถี่ที่คาดหวัง (E)	13	13	13

แทนค่าในสูตร

$$c^2 = \frac{(20-13)^2}{13} + \frac{(12-13)^2}{13} + \frac{(7-13)^2}{13}$$

$$c^2 = \frac{(20-13)^2}{13} + \frac{(12-13)^2}{13} + \frac{(7-13)^2}{13}$$

$$c^2 = \frac{49}{13} + \frac{1}{13} + \frac{36}{13} = 6.59$$

แสดงว่าค่าที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 6.59

การทดสอบนัยสำคัญ โดยการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่คำนวณได้กับค่าที่ได้จากการเปิดตารางไคสแควร์ที่ df = k – 1 (3 – 1 = 2) ซึ่งค่าวิกฤติจากตารางไคสแควร์ (หน้า 393) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ df = 2 พบว่ามีค่าเท่ากับ 5.991 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าที่คำนวณได้ (6.59) แสดงว่าค่าที่ได้จากการศึกษาอยู่ในเขตวิกฤติ จึงยอมรับ H_1 และปฏิเสธ H_0 สรุปตาม H_1 ได้ว่า ผู้เรียนที่แสดงความคิดเห็นในระดับต่าง ๆ มีจำนวนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 กล่าวโดยสรุปได้ว่า ผู้เรียนมีความคิดเห็นแตกต่างกัน เกี่ยวกับความพึงพอใจในการใช้ระบบการรายงานผลการเรียนผ่านอินเทอร์เน็ต

■ การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร (Test of Association)

การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร (Test of Association) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการทดสอบความเป็นอิสระ (Test of Independence) เป็นการทดสอบไคสแควร์เพื่อศึกษาว่าตัวแปรต่าง ๆ สัมพันธ์กันหรือไม่ โดยศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทีละคู่ ๆ ซึ่งตัวแปรแต่ละตัว อาจจำแนกออกเป็นหลายกลุ่มหรือหลายพวกที่แจกแจงอยู่ในตารางมิติต่าง ๆ เช่น 2 x 2, 3 x 2 หรือ 2 x 3 เป็นต้น เมื่อต้องการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทีละคู่ จะต้องนำข้อมูลมาใส่ในตารางเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสอง

สำหรับการทดสอบสมมติฐานว่าตัวแปรแต่ละคู่จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ จะมีหลักการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเพื่อให้สามารถหาค่าที่คาดหมายได้ โดยกำหนดสมมติฐานเป็นกลางว่าจะไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสอง หรืออีกลักษณะหนึ่งก็คือตัวแปรทั้งสองมีอิสระต่อกัน

ตัวอย่างที่ 12-2

ต้องการศึกษาว่าการชอบเล่นเกมคอมพิวเตอร์มีความสัมพันธ์กับเพศของผู้เล่นหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งตัวแปรทั้งสองถูกแบ่งออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกดังนี้

	ชาย	หญิง	รวม
ชอบเล่นเกม	20	12	32
ไม่ชอบเล่นเกม	10	8	18
รวม	30	20	50

สมมติฐานการวิจัย

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างเพศกับการชอบเล่นเกมคอมพิวเตอร์

H_1 : มีความสัมพันธ์ระหว่างเพศกับการชอบเล่นเกมคอมพิวเตอร์

จากสูตร

$$c^2 = \frac{(X - N_p)^2}{N_{pq}} = \frac{(O-E)^2}{E}$$

ข้อมูลจากตารางมีลักษณะเป็น 2 x 2 จากสูตรการทดสอบไคสแควร์ จะแทนค่า X_i และ p_i ด้วย X_{ij} และ p_{ij} (เมื่อ i = จำนวนแถว และ j = จำนวนคอลัมน์) ดังนั้น เมื่อแทนค่าในสูตร จะได้สูตรการทดสอบไคสแควร์สำหรับข้อมูลที่แจกแจงเป็นตารางดังนี้

$$c^2 = \sum \frac{(X_{ij} - N p_{ij})^2}{N p_{ij}} = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

จากตาราง เมื่อพิจารณาความน่าจะเป็นในแต่ละเซล จะพบว่าจะขึ้นอยู่กับจำนวนสมาชิกในแต่ละแถวและในแต่ละคอลัมน์ ยกตัวอย่างเช่น ความน่าจะเป็นของเพศชายที่ชอบเล่นเกมคอมพิวเตอร์ (เซล 11) จะมีค่าเท่ากับ ผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของสมาชิกในแถวที่ 1 (มีค่าเท่ากับ 20/50) กับ ความน่าจะเป็นของสมาชิกในคอลัมน์ที่ 1 (มีค่าเท่ากับ 30/50) ซึ่งก็คือ p_{11} = (20/50)(30/50) = .24 ดังนั้น จะสามารถหาค่าได้ว่า $N p_{11} = .24(50) = 12$

จากหลักการที่กล่าวมาแล้ว สามารถวิเคราะห์สูตรหาความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) ได้ดังนี้

$$E_{ij} = N p_{ij} = \frac{(R_{T_i})(C_{T_j})}{N}$$

เมื่อ

R_T = ผลรวมของสมาชิกในแถว

C_T = ผลรวมของสมาชิกในคอลัมน์

N = จำนวนสมาชิกทั้งหมด

จะได้ความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) ครบทุกเซล ดังนี้

ความถี่ที่ศึกษา (O)

	ชาย	หญิง	รวม
ชอบเล่นเกม	20	12	32
ไม่ชอบเล่นเกม	10	8	18
รวม	30	20	50

ความถี่ที่คาดหวัง (E)

	ชาย	หญิง
ชอบเล่นเกม	12	4.8
ไม่ชอบเล่นเกม	6	3.2

แทนค่าในสูตร

$$c^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$c^2 = \frac{(20-12)^2}{12} + \frac{(12-4.8)^2}{4.8} + \frac{(10-6)^2}{6} + \frac{(8-3.2)^2}{3.2}$$

$$c^2 = \frac{8^2}{12} + \frac{(7.2)^2}{4.8} + \frac{4^2}{6} + \frac{(4.8)^2}{3.2}$$

$$c^2 = \frac{64}{12} + \frac{51.48}{4.8} + \frac{16}{6} + \frac{23.04}{3.2} = 25.91$$

แสดงว่าค่าที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 25.91

การทดสอบนัยสำคัญ โดยการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่คำนวณได้กับค่าที่ได้จากการเปิดตารางไคสแควร์ที่ df = (r -1)(k – 1) เมื่อ r = จำนวนกลุ่มของตัวแปรตัวที่หนึ่ง และ k = จำนวนกลุ่มของตัวแปรตัวที่สอง ดังนั้น df = (2 – 1)(2 – 1) = 1 ซึ่งค่าวิกฤติจากตารางไคสแควร์ (หน้า 393) ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ df = 1 มีค่าเท่ากับ 6.635 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าที่คำนวณได้ (25.91) แสดงว่าค่าที่ได้จากการศึกษาอยู่ในเขตวิกฤติ จึงยอมรับ H_1 และปฏิเสธ H_0 สรุปตาม H_1 ได้ว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างเพศกับการชอบเล่นเกมคอมพิวเตอร์ ที่ระดับนัยสำคัญ .01 หรือกล่าวโดยสรุปได้ว่า การชอบเล่นเกมคอมพิวเตอร์มีความสัมพันธ์กับเพศของผู้เล่น

ตัวอย่างที่ 12-3

ต้องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ในการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ กับขนาดขององค์กร จากการสำรวจองค์กร 200 แห่ง พบว่ามีการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ปรากฏดังตาราง

ต่อไปนี้ จากข้อมูลที่ได้จะสรุปได้หรือไม่ว่า มีความสัมพันธ์ระหว่างขนาดขององค์กรกับความถี่ในการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ขนาดขององค์กร	ความถี่ในการใช้			รวม
	น้อย	ปานกลาง	บ่อย	
ขนาดเล็ก	20	40	42	102
ขนาดใหญ่	20	30	48	98
รวม	40	70	90	200

สมมติฐานการวิจัย

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างขนาดขององค์กรกับความถี่ในการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์

H_1 : มีความสัมพันธ์ระหว่างขนาดขององค์กรกับความถี่ในการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์

จากสูตร

$$c^2 = \sum \frac{(X_{ij} - N p_{ij})^2}{N p_{ij}} = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

ข้อมูลจากตารางมีลักษณะเป็น 2 x 3 ขั้นแรกหาความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) จากสูตรดังนี้

$$E_{ij} = N p_{ij} = \frac{(R_{T_i})(C_{T_j})}{N}$$

E_{11} = (102)(40)/200 = 20.4 E_{21} = (98)(40)/200 = 19.6

E_{12} = (102)(70)/200 = 35.7 E_{22} = (98)(70)/200 = 34.3

E_{13} = (102)(90)/200 = 45.9 E_{23} = (98)(90)/200 = 44.1

แทนค่าในสูตร

$$c^2 = \frac{(20-20.4)^2}{20.4} + \frac{(40-35.7)^2}{35.7} + \frac{(42-45.9)^2}{45.9} + \frac{(20-19.6)^2}{19.6} + \frac{(30-34.3)^2}{34.3} + \frac{(48-44.1)^2}{44.1}$$

$$c^2 = \frac{(-.4)^2}{20.4} + \frac{(4.3)^2}{35.7} + \frac{(3.9)^2}{45.9} + \frac{(.4)^2}{19.6} + \frac{(-4.3)^2}{34.3} + \frac{(3.9)^2}{44.1}$$

$$c^2 = \frac{.16}{20.4} + \frac{18.49}{35.7} + \frac{15.21}{45.9} + \frac{.16}{19.6} + \frac{18.49}{34.3} + \frac{15.21}{44.1} = 1.746$$

แสดงว่าค่าที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 1.746

การทดสอบนัยสำคัญ โดยการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่คำนวณได้กับค่าที่ได้จากการเปิดตารางไคสแควร์ที่ df = (2 - 1)(3 – 1) = 2 ซึ่งค่าวิกฤติจากตารางไคสแควร์ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ df = 2 มีค่าเท่ากับ 9.210 ซึ่งมีค่ามากกว่าค่าที่คำนวณได้ (1.746) แสดงว่าค่าที่ได้จากการศึกษาอยู่นอกเขตวิกฤติ จึงยอมรับ H_0 และปฏิเสธ H_1 สรุปตาม H_0 ได้ว่า ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างขนาดขององค์กรกับความถี่ในการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ ที่ระดับนัยสำคัญ .01 หรือกล่าวโดยสรุปได้ว่า ความถี่ในการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ไม่ว่าจะใช้น้อย ปานกลาง หรือใช้บ่อยจะไม่มีความสัมพันธ์กับขนาดขององค์กรแต่อย่างใด

การวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรโดยใช้ไคสแควร์ เมื่อข้อมูลถูกแจกแจงในตารางความสอดคล้อง ผลการทดสอบจะสามารถบอกได้เพียงว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่เท่านั้น การทดสอบด้วยไคสแควร์ไม่สามารถระบุระดับของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองได้ ดังนั้น ถ้าผลการทดสอบพบว่า เกิดการยอมรับ H_1 ซึ่งก็คือตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน และถ้าต้องการหาระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสอง ก็จะต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์ (Contingency Coefficient : C) ซึ่งมีวิธีการหาอยู่หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมมีอยู่ 2 วิธี ได้แก่ วิธีของเพียร์สัน (Pearson) และวิธีของแครมเมอร์ฟี (Cramer's Phi)

วิธีของเพียร์สัน

การวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรด้วยวิธีของเพียร์สัน มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$C = \sqrt{\frac{c^{2}}{c^{2}+n}}$$

เมื่อ

C = ค่าสัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์ (มีค่าไม่เกิน 1.00)

n = จำนวนสมาชิก (ซึ่งจะต้องมีค่ามากกว่า 0)

จากสูตร ถ้า C = 0 แสดงว่าไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสอง และถ้า C ยิ่งมีค่ามาก แสดงว่า ระดับความสัมพันธ์ยิ่งมีค่ามาก ค่าของ C จะสัมพันธ์กับมิติของตาราง ถ้าเป็นตาราง 2 x 2 ค่า C จะสูงสุดไม่เกิน .707 และถ้าเป็นตาราง 3 x 3 ค่า C จะสูงสุดไม่เกิน .816 โดยที่ค่า C สูงสุดสามารถหาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$C_{Max} = \sqrt{\frac{(k-1)}{k}}$$

เมื่อ

C_{Max} = ค่าสูงสุดของสัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์

k = จำนวนของแถวหรือคอลัมน์ที่มีค่าน้อยที่สุด

วิธีของแครมเมอร์ฟี

การวัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรด้วยวิธีของแครมเมอร์ฟี (Phi) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าแครมเมอร์วี (Cramer's V) ใช้เฉพาะกับตาราง 2 x 2 เท่านั้น มีสูตรในการคำนวณค่า Phi ดังนี้

$$f = \sqrt{\frac{c^2}{N(k-1)}}$$

เมื่อ

ϕ = ค่าสัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์

N = จำนวนสมาชิก

k = จำนวนของแถวหรือคอลัมน์ที่มีค่าน้อยที่สุด

■ การทดสอบความเป็นเอกภาพ (Test of Homogeneity)

การทดสอบความเป็นเอกภาพ หรือเรียกว่า การทดสอบความเป็นเอกพันธ์ หรือการทดสอบความคล้ายคลึงกันของตัวแปร (Test of Homogeneity) เป็นการทดสอบความเหมือนกัน (หรือไม่แตกต่างกัน) ของตัวแปร โดยพิจารณาจากความน่าจะเป็นหรืออัตราส่วนของตัวแปรทั้งสอง ถ้ามีค่าใกล้เคียงกันแสดงว่าตัวแปรมีความเหมือนกัน เช่น การลาหยุดงานของพนักงานในบริษัทจำหน่ายคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 แผนก จำแนกตามวันได้ 5 วัน เมื่อนำไปแจกแจงลงในตาราง จะได้ตาราง 2 x 5 เมื่อทำการทดสอบสมมติฐานแล้วพบว่า อัตราส่วนของพนักงานที่ลาหยุดงาน 5 วันทั้ง 2 แผนกไม่แตกต่างกัน แสดงว่าตัวแปรทั้งสองมีความเหมือนกันหรือมีความเป็นเอกภาพ กรณีดังกล่าวนี้เรียกว่าตัวแปรทั้งสองมีความเป็นเอกภาพหรือมีความคล้ายคลึงกัน

ตัวอย่างที่ 12-4

ผลการทดลองใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์แบบปฏิสัมพันธ์ได้ (แบบ A) กับแบบเรียนรู้ร่วมกัน (แบบ B) กับผู้เรียนจำนวน 95 คนที่มาจากห้องเรียนเดียวกัน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มแรก มีจำนวน 46 คน และกลุ่มที่สอง มีจำนวน 49 คน พบว่าผู้เรียนมีความพึงพอใจแตกต่างกันตามที่ปรากฏในตาราง จะสามารถสรุปผลได้หรือไม่ว่าบทเรียนคอมพิวเตอร์ทั้งสองแบบให้ผลความพึงพอใจเหมือนกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทเรียน คอมพิวเตอร์	ระดับความพึงพอใจ				รวม
	มาก	ปานกลาง	น้อย	ไม่ชอบ	
แบบ A	18	17	7	4	46
แบบ B	11	14	16	8	49
รวม	29	31	23	12	95

สมมติฐานการวิจัย

H_0 : บทเรียนคอมพิวเตอร์ทั้งสองแบบให้ผลความพึงพอใจเหมือนกัน

H_1 : บทเรียนคอมพิวเตอร์ทั้งสองแบบให้ผลความพึงพอใจไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน)

จากสูตร

$$c^2 = \sum \frac{(X_{ij} - N p_{ij})^2}{N p_{ij}} = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

ข้อมูลจากตารางมีลักษณะเป็น 2 x 4 หาความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) จากสูตรดังนี้

$$E_{ij} = N p_{ij} = \frac{(R_{T_i})(C_{T_j})}{N}$$

E_{11} = (46)(29)/95 = 14.04 E_{21} = (49)(29)/95 = 14.95

E_{12} = (46)(31)/95 = 15.01 E_{22} = (49)(31)/95 = 15.98

E_{13} = (46)(23)/95 = 11.13 E_{23} = (49)(23)/95 = 11.86

E_{14} = (46)(12)/95 = 5.81 E_{24} = (49)(12)/95 = 6.18

แทนค่าในสูตร

$$c^2 = 1.11 + .26 + 1.53 + .23 + 1.04 + .24 + 1.44 + .53 = 6.38$$

ค่าที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 6.38

การทดสอบนัยสำคัญที่ df = (2 - 1)(4 – 1) = 3 ซึ่งค่าวิกฤติจากตารางไคสแควร์ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ df = 3 มีค่าเท่ากับ 11.345 ซึ่งมีค่ามากกว่าค่าที่คำนวณได้ (6.38) แสดงว่าค่าที่ได้จากการศึกษาอยู่นอกเขตวิกฤติ จึงยอมรับ H_0 และปฏิเสธ H_1 สรุปตาม H_0 ได้ว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ทั้งสองแบบให้ผลความพึงพอใจเหมือนกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .01 หรือกล่าวโดยสรุปได้ว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ทั้งสองแบบมีความเหมือนกัน หรือมีความเป็นเอกภาพ

ขั้นตอนการทดสอบไคสแควร์ ทั้ง 3 ลักษณะ ได้แก่ การทดสอบความกลมกลืน การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร และการทดสอบความเป็นเอกภาพ มีดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานการวิจัย โดยจะต้องกำหนดสมมติฐานเป็นกลาง (H_0) ไว้ว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างความถี่ที่ได้จากการศึกษา (O) กับ ความถี่ที่คาดหวังหรือความถี่ที่ควรจะเป็น (E) และกำหนดสมมติฐานตรงข้าม (H_1) ไว้ว่า มีความแตกต่างกันระหว่างความถี่ทั้งสอง

2. หาค่าความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ควรจะเป็น) ตามหลักของความน่าจะเป็น โดยการแทนค่าในสูตร เพื่อหาค่า E แต่ละเซล จนครบทุกเซลตามขนาดมิติของตาราง

3. คำนวณหาค่าไคสแควร์ (χ^2)

4. เปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่าที่ได้จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญตามที่กำหนด

5. สรุปผลการทดสอบ ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากตาราง แสดงว่าความแตกต่างของความถี่ที่ได้จากตัวแปรที่ศึกษา มีนัยสำคัญกับความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) นั่นคือ ยอมรับตามสมมติฐานตรงข้าม (H_1) และปฏิเสธสมมติฐานเป็นกลาง (H_0) แต่ถ้าไม่มีความแตกต่าง ก็จะเป็นการยอมรับสมมติฐานเป็นกลาง (H_0) และปฏิเสธสมมติฐานตรงข้าม (H_1)

ข้อจำกัดของการทดสอบด้วยไคสแควร์

1. กรณีตารางข้อมูลมีลักษณะเป็น 2 x 2 ถ้าความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) ค่าใดค่าหนึ่ง มีค่าน้อยกว่า 5 แล้ว การทดสอบด้วยไคสแควร์จะมีความเชื่อถือน้อยลง

2. กรณีตารางข้อมูลใหญ่กว่า 2 x 2 ถ้าความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) ค่าใดค่าหนึ่งมีค่าน้อยกว่า 1 หรือมีค่าน้อยกว่า 5 เกินร้อยละ 20 ของจำนวนกลุ่มทั้งหมดของตัวแปร การทดสอบด้วยไคสแควร์จะไม่เหมาะสม การแก้ปัญหานี้ทำได้โดยการรวมกลุ่มของตัวแปรที่ใกล้เคียงกันเข้าด้วยกัน แต่ก็อาจจะทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม

3. ประชากรที่ใช้ในการทดสอบไคสแควร์ ถ้ามีขนาดมากกว่า 50 (N > 50) จะได้ผลค่อนข้างดี การทดสอบไคสแควร์จึงเหมาะสมสำหรับประชากรขนาดใหญ่

4. ถ้าระดับความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 1 (เกิดจากตาราง 2 x 2) การทดสอบไคสแควร์จะใช้ได้ไม่ดี จึงอาจจะต้องใช้สูตรปรับแก้ของเยสต์ (Yates's Correction for Continuity) เพื่อให้การใช้ไคสแควร์มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น โดยพิจารณาจากตารางขนาด 2 x 2 ต่อไปนี้

A	B	A + B
C	D	C + D
A + C	B + D	N

สามารถเขียนเป็นสูตรไคสแควร์ได้อย่างง่ายว่า

$$c^2 = \frac{N(AD - BC)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

ตัวอย่างที่ 12-5

จงหาไคสแควร์ จากข้อมูลต่อไปนี้

12	10	22
2	14	16
14	24	38

จากสูตร $$c^2 = \frac{N(AD-BC)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

แทนค่า $$c^2 = \frac{38(168-20)^2}{(12+10)(2+14)(12+2)(10+14)} = \frac{832,352}{118,272} = 7.037$$

ดังนั้น ไคสแควร์มีค่าเท่ากับ 7.037

จะพบว่า สูตรนี้คำนวณง่ายกว่าสูตรไคสแควร์ที่ผ่านมาแล้ว อย่างไรก็ตามสูตรนี้ใช้ได้เฉพาะกับข้อมูล 2 x 2 เท่านั้น และถ้าเซลใดเซลหนึ่งมีค่าต่ำกว่า 10 ค่าที่คำนวณได้จะเกิดการผิดพลาดขึ้น จำเป็นต้องใช้สูตรปรับแก้ของเยสต์ (Yates's Correction for Continuity) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$c^2 = \sum \frac{(|O-E|-.5)^2}{E}$$

หรือ $$c^2 = \frac{N(|AD-BC|-N/2)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

5. ถ้าใช้ไคสแควร์คำนวณเปอร์เซ็นต์ จะต้องมีการปรับแก้ขนาดของกลุ่มตัวอย่างก่อน เนื่องจากค่าเปอร์เซ็นต์เดียวกันที่มาจากตัวอย่างที่แตกต่างกัน ผลของไคสแควร์จะแตกต่างกันมาก ดังนั้น จึงต้องคูณไคสแควร์ที่คำนวณบนพื้นฐานของเปอร์เซ็นต์ด้วย N/100 ก่อน จึงจะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง (เมื่อ N คือ ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง) (Available on : www.watpon.com)

ตัวอย่างที่ 12-6

จงหาไคสแควร์ จากข้อมูลต่อไปนี้

5% (10%)	45% (40%)	50%
15% (10%)	35% (40%)	50%
20%	80%	100%

(ค่าในวงเล็บเป็นค่าที่คาดหวัง)

$$c^2 = \frac{(5-10)^2}{10} + \frac{(45-40)^2}{40} + \frac{(15-10)^2}{10} + \frac{(35-40)^2}{40}$$
$$c^2 = 2.50 + .625 + 2.50 + .625 = 6.25$$

ถ้าสมมติว่ากลุ่มตัวอย่าง มีจำนวน 250 คน
ดังนั้น ไคสแควร์ที่ถูกต้องก็คือ

$$c^2 = c^2(\frac{N}{100}) = 6.25(\frac{250}{100}) = 15.625$$

■ บทสรุป

การทดสอบไคสแควร์ เป็นวิธีการทดสอบผลการศึกษาทดลองว่าคลาดเคลื่อนไปจากความถี่ที่คาดหวัง (หรือความถี่ที่ควรจะเป็น) มากน้อยเพียงใด การทดสอบจะบอกให้ทราบว่าตัวแปรทั้งสองที่มีข้อมูลปรากฏในตารางมีความเป็นอิสระต่อกันหรือไม่ แต่ผลของการทดสอบจะไม่ได้ระบุถึงระดับของความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสอง ทราบเพียงแต่ว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่เท่านั้น การทดสอบไคสแควร์ แบ่งออกได้ 3 ลักษณะ คือ การทดสอบความกลมกลืน การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร และการทดสอบความเป็นเอกภาพ โดยกำหนดสมมติฐานเป็นกลางไว้ว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างความถี่ที่ศึกษากับความถี่ที่คาดหวัง หลังจากนั้นจึงดำเนินการทดสอบโดยเปรียบเทียบค่าที่ศึกษากับค่าวิกฤติที่ได้จากตารางที่ระดับนัยสำคัญที่ต้องการ เพื่อสรุปผลการทดสอบ

การทดสอบไคสแควร์จะได้ผลดี ถ้าประชากรมีขนาดใหญ่ ในกรณีที่ข้อมูลมีลักษณะเป็น 2 x 2 ถ้าความถี่ที่คาดหวังค่าใดค่าหนึ่ง มีค่าน้อยกว่า 5 แล้ว การทดสอบด้วยไคสแควร์จะมีความเชื่อถือน้อยลง และถ้าข้อมูลมีขนาดใหญ่กว่า 2 x 2 ถ้าความถี่ที่คาดหวังค่าใดค่าหนึ่งมีค่าน้อยกว่า 1 หรือมีค่าน้อยกว่า 5 เกินร้อยละ 20 ของจำนวนกลุ่มทั้งหมด การทดสอบด้วยไคสแควร์จะเกิดความคลาดเคลื่อน การทดสอบไคสแควร์จึงต้องพิจารณาข้อมูลอย่างละเอียดและรอบคอบ

■ แบบฝึกหัดท้ายบท

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. การทดสอบไคสแควร์ มีวัตถุประสงค์อย่างไร
2. การทดสอบความกลมกลืน เป็นอย่างไร
3. การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เป็นอย่างไร
4. การทดสอบความเป็นเอกภาพ เป็นอย่างไร
5. ขั้นตอนการทดสอบไคสแควร์ มีอะไรบ้าง
6. ข้อจำกัดของการทดสอบด้วยไคสแควร์ มีอะไรบ้าง
7. การใช้ไคสแควร์คำนวณเปอร์เซ็นต์ จะต้องทำอย่างไร

8. โรงงานอุตสาหกรรมผลิตชิ้นส่วนคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง กำลังวางแผนด้านการรักษาความปลอดภัยในสายการผลิต โดยต้องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเกิดอุบัติเหตุ กับ ช่วงการทำงานในแต่ละวัน จึงได้รวบรวมข้อมูลจำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในรอบปีที่ผ่านมาในช่วงการทำงาน ซึ่งปรากฏดังตาราง จงทดสอบที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ว่า ช่วงการทำงานในแต่ละวันมีผลต่อจำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุหรือไม่

ช่วงการทำงานในแต่ละวัน	จำนวนครั้งของการเกิดอุบัติเหตุ		
	ไม่เคยเกิด	1 - 5 ครั้ง	> 5 ครั้ง
กะแรก (ช่วงเช้า)	51	183	146
กะที่สอง (ช่วงบ่าย)	173	104	57
กะที่สาม (ช่วงค่ำ)	203	154	79

9. องค์กรแห่งหนึ่ง ได้ประเมินประสิทธิภาพการทำงานของพนักงาน จำนวน 431 คน ซึ่งแยกตามประสบการณ์ จากข้อมูลที่ปรากฏ จะสรุปได้หรือไม่ว่าประสิทธิภาพการทำงานกับประสบการณ์ไม่มีความสัมพันธ์กัน ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

ประสบการณ์ (ปี)	ประสิทธิภาพการทำงาน			
	ไม่ดี	ดี	ดีมาก	ดีที่สุด
< 5	14	18	12	17
5 - 10	18	13	27	42
11 - 16	16	32	24	37
17 - 22	24	28	21	32
> 22	17	15	14	10

10. ข้อมูลจากตารางต่อไปนี้ จงคำนวณหาไคสแควร์โดยใช้สูตรปรับแก้ของเยสต์และทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ .05

X	Y
3	15
12	16

11. จากการสัมภาษณ์ผู้ใช้คอมพิวเตอร์จำนวน 90 คน เกี่ยวกับการเกิดระคายเคืองตาจากการใช้คอมพิวเตอร์ ปรากฏผลดังนี้

การระคายเคืองตา	การใช้คอมพิวเตอร์ต่อวัน	
	0 – 2 ชม.	>2 ชม.
เกิดอาการ	20	46
ไม่เกิดอาการ	8	16

จะสรุปได้หรือไม่ว่า การเกิดระคายเคืองตามีความสัมพันธ์กับการใช้คอมพิวเตอร์ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

12. ในการวิจัยเชิงทดลองด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ ผู้วิจัยได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์จำนวน 4 แบบที่มีเนื้อหาเหมือนกัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์แต่ละแบบ กระบวนการวิจัยได้นำบทเรียนไปทดลองใช้กับผู้เรียนที่มีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน 3 กลุ่ม คือ เก่ง ปานกลาง และอ่อน จำนวนกลุ่มละ 50 คนเท่า ๆ กัน ผลปรากฏว่า ได้คะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบหลังบทเรียนดังตารางต่อไปนี้

บทเรียน	ระดับความสามารถของผู้เรียน		
คอมพิวเตอร์	เก่ง	ปานกลาง	อ่อน
แบบ A	35	27	18
แบบ B	32	18	10
แบบ C	47	31	21
แบบ D	41	30	16

จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ทั้ง 4 แบบ ส่งผลให้ผู้เรียนมีคะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบหลังบทเรียนเหมือนกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .05