

คณิตศาสตร์



(ค32101)

MATH

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

เรื่อง การนำการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้

สอนโดย ครูชนิศา ดวงแข

ครูชนิศา ดวงแข

เมื่อมีรูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากัน
ทุกประการและเกิดจากการแปลง
ทางเรขาคณิต ที่เป็นการเลื่อนขนาน
การสะท้อน หรือการหมุน แบบใด
แบบหนึ่ง ถ้าต้องการหาว่ารูปสอง
รูปนั้นเป็นผลของการแปลงแบบใด
ให้พิจารณาดังนี้



ครูชนิศา ดวงแข

2

1) ถ้าต้องมีการพลีกรุปหนึ่งไปทับ
อีกรูปหนึ่งได้สนิท การแปลงนั้น
เป็นการสะท้อน



ครูชนิศา ดวงแข

3

2) ถ้าสามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีก
รูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่ต้องพลีกรุป
แล้วให้พิจารณาว่าเป็นการเลื่อนขนาน
หรือไม่ ถ้าไม่ใช่การเลื่อนขนาน
การแปลงนั้นก็เป็นการหมุน



ครูชนิศา ดวงแข

4

แนวคิด

ในการวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นภาพที่ได้จากการแปลงแบบการเลื่อนขนานของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ให้พิจารณาตามเงื่อนไข 2 ข้อดังนี้



1. สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป
2. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันและยาวเท่ากันทุกเส้น



ในการวิเคราะห์ว่ารูปที่กำหนดให้รูปหนึ่งเป็นผลจากการแปลงแบบการหมุนของอีกรูปหนึ่งหรือไม่ให้พิจารณาตามเงื่อนไข 2 ข้อดังนี้

- 1) สามารถเลื่อนรูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทโดยไม่มีการพลิกรูป



- 2) สามารถหาจุดหมุน ทิศทางของหมุน และขนาดของมุมที่หมุนได้ ถ้าผลการแปลงสอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งสองข้อแล้ว การแปลงนั้นเป็นการหมุน



แปลงแบบใด

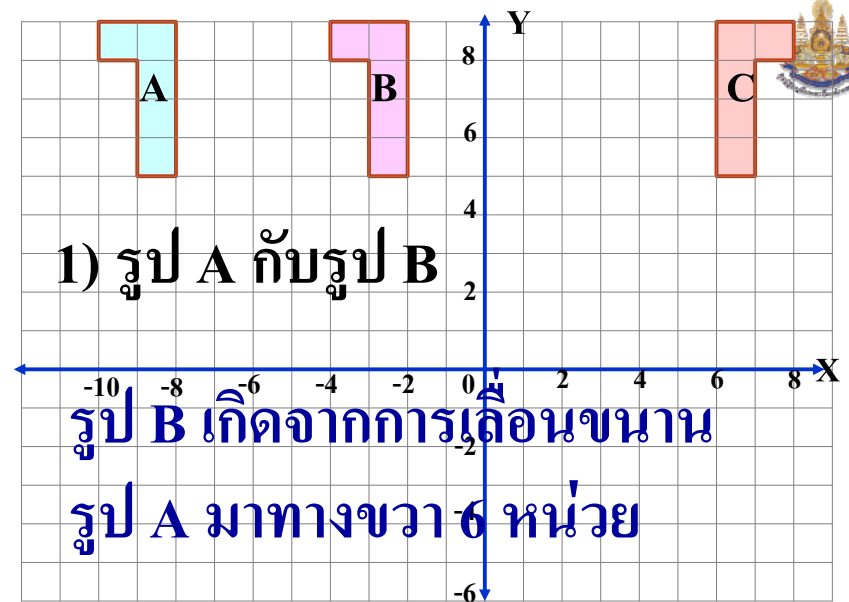
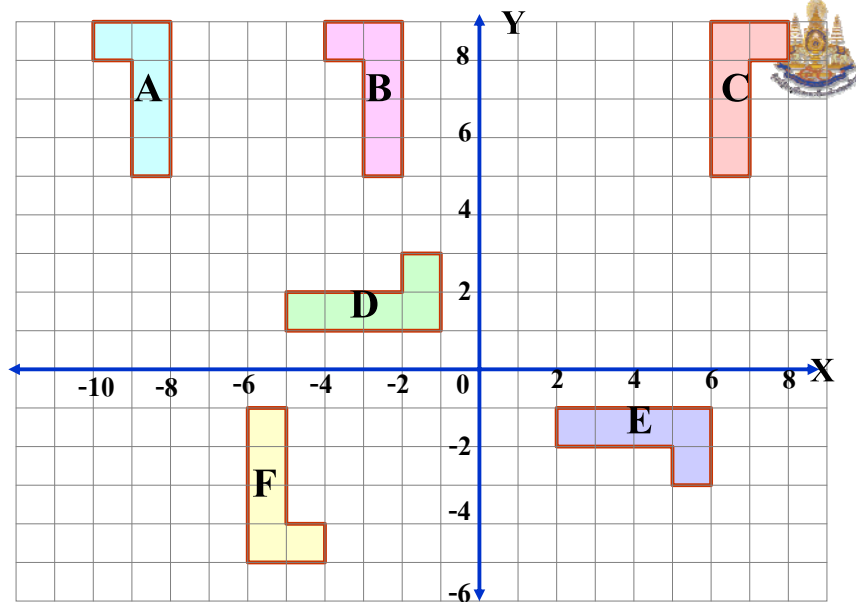


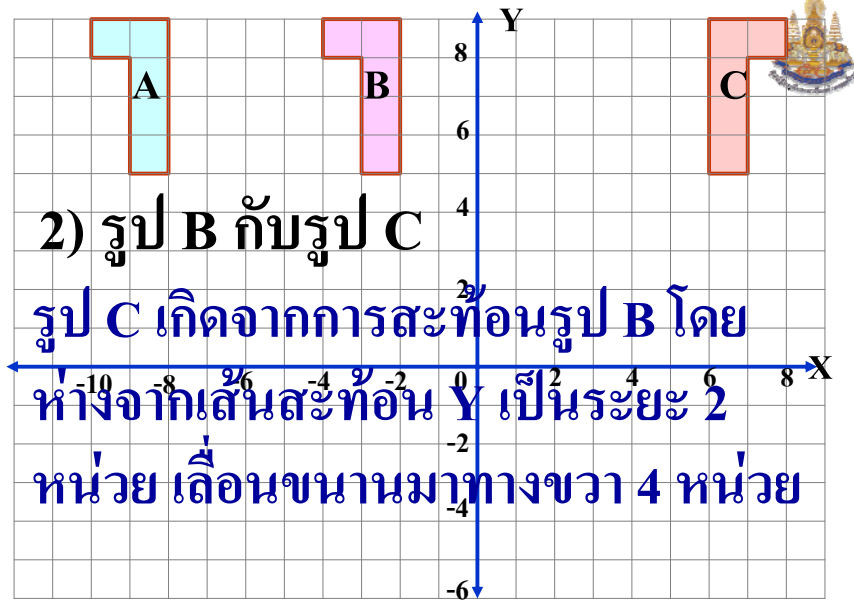
รูป ก และรูป ข ในแต่ละข้อต่อไปนี้
เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาว่ารูป ข
ในแต่ละข้อเป็นภาพที่ได้จากการ
เลื่อนขนาน การสะท้อนหรือการหมุน
ของรูป ก

แปลงอย่างไร



ให้สังเกตความสัมพันธ์ของรูปแต่ละ
คู่ แล้วอธิบายว่ารูปหนึ่งเป็นภาพที่ได้
จากการแปลงของอีกรูปหนึ่งอย่างไร



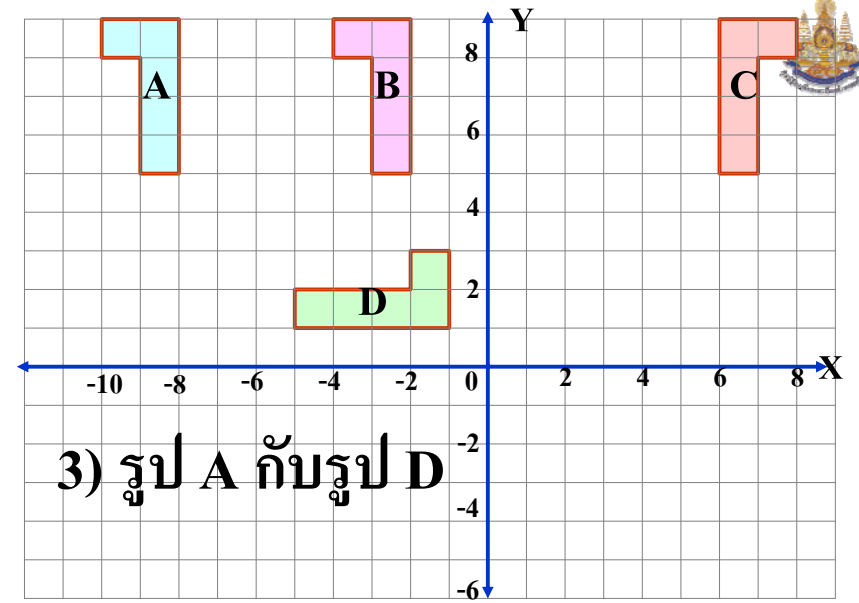


2) รูป B กับรูป C

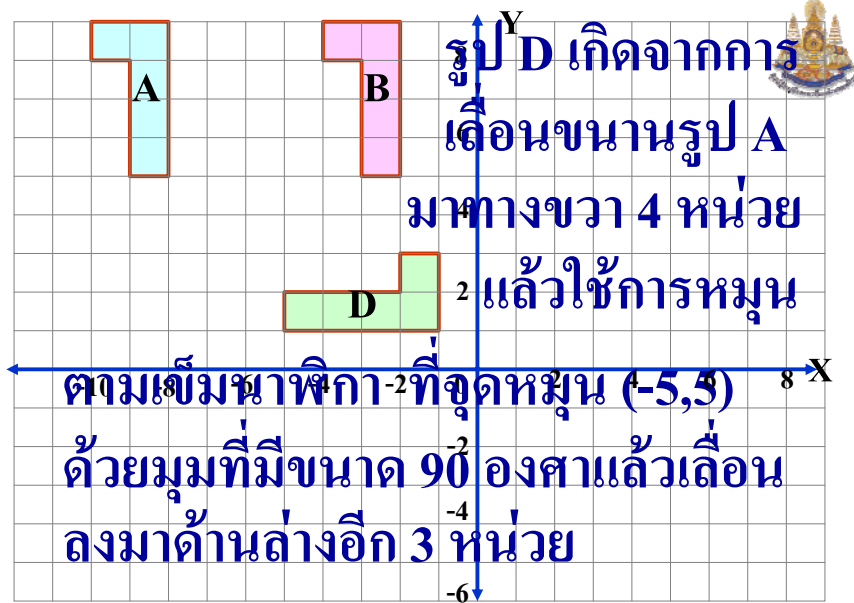
รูป C เกิดจากการสะท้อนรูป B โดย

ห่างจากเส้นสะท้อน Y เป็นระยะ 2

หน่วย เลื่อนขนานมาทางขวา 4 หน่วย



3) รูป A กับรูป D



รูป D เกิดจากการ

เลื่อนขนานรูป A

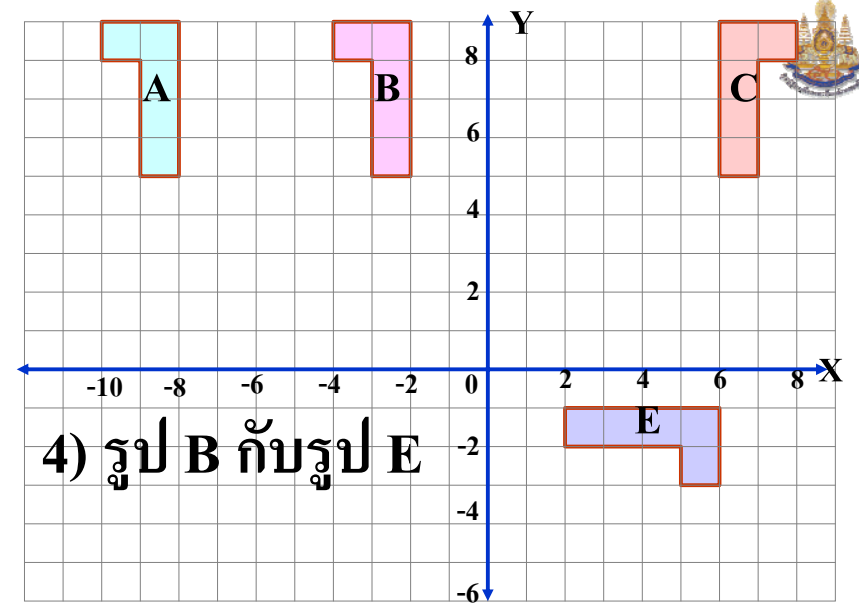
มาทางขวา 4 หน่วย

แล้วใช้การหมุน

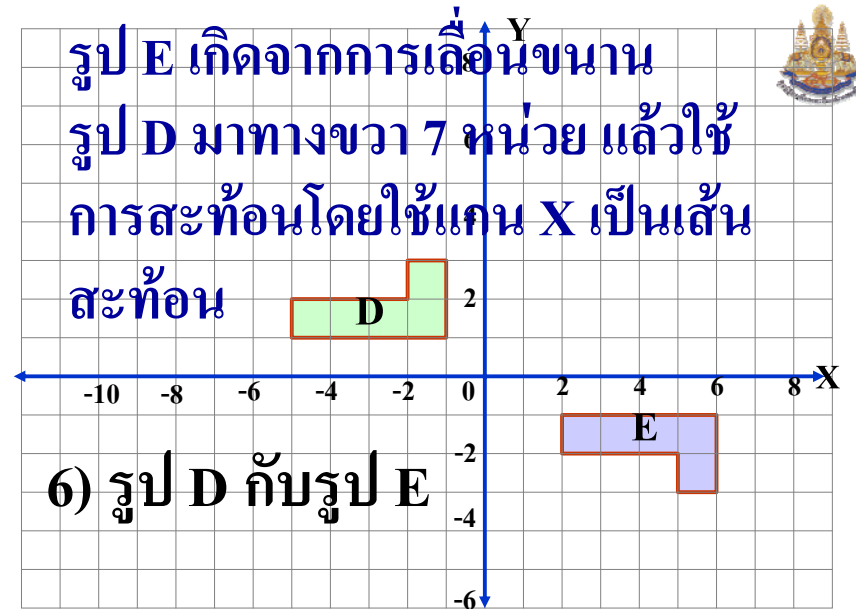
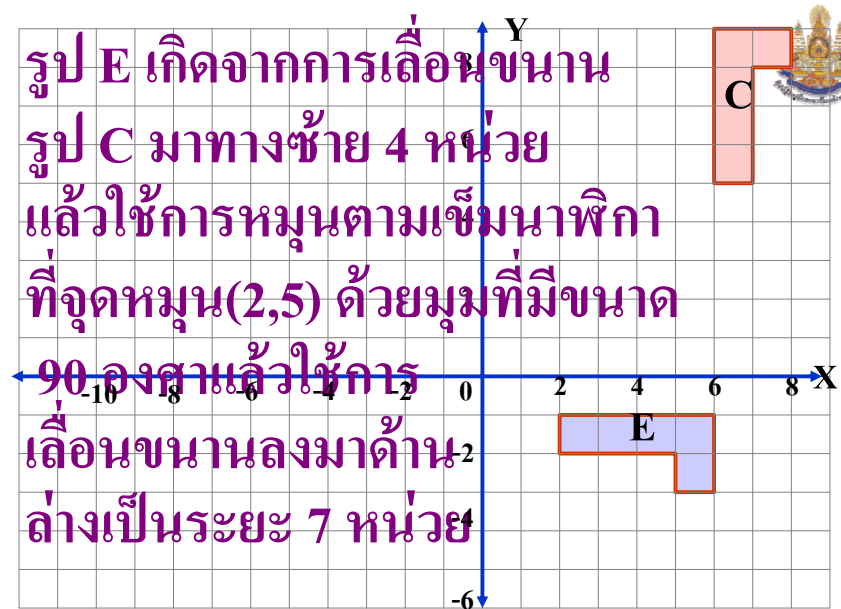
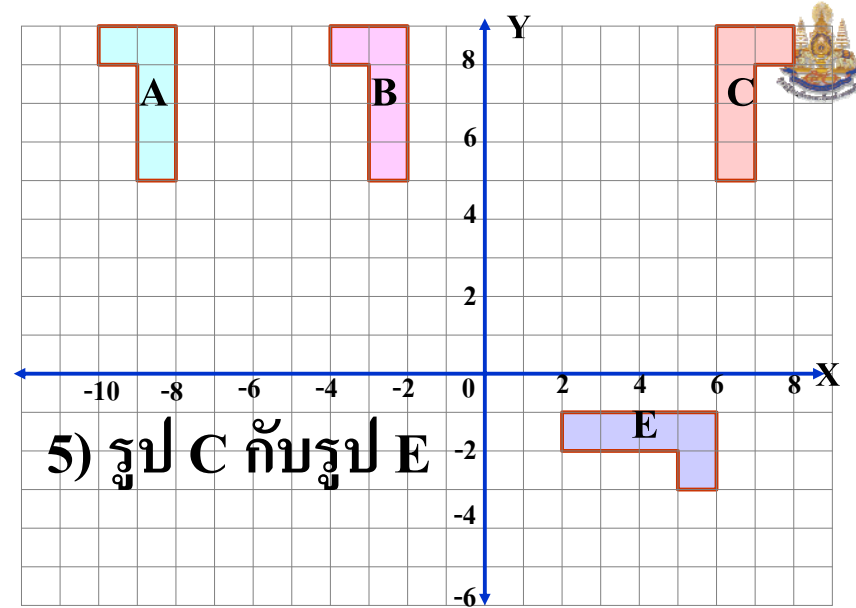
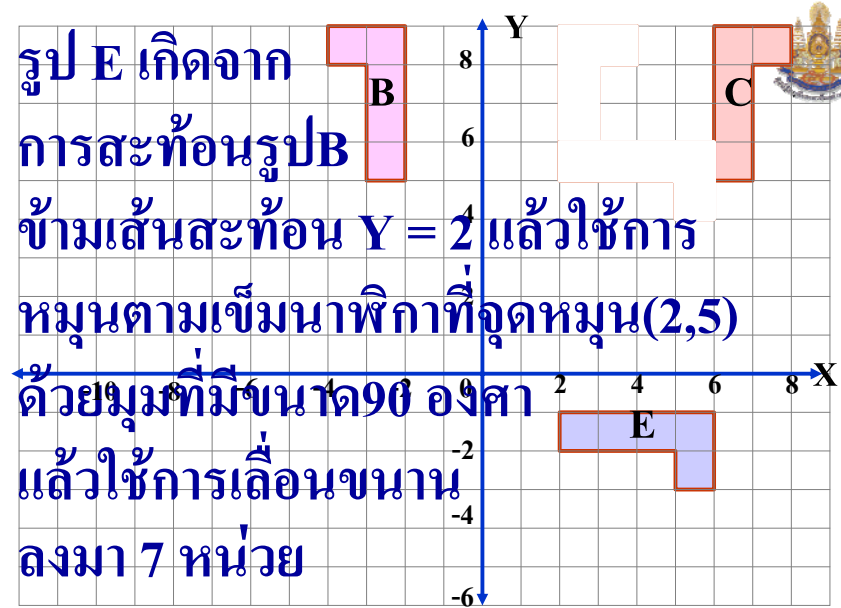
ตามเข็มนาฬิกา ที่จุดหมุน $(-5, 5)$

ด้วยมุมที่มีขนาด 90° องศาแล้วเลื่อน

ลงมาด้านล่างอีก 3 หน่วย



4) รูป B กับรูป E





การแปลงทางเรขาคณิตทั้งสามแบบ
คือ การเลื่อนขนาน การสะท้อน และ
การหมุน มีลักษณะที่สำคัญเหมือน
กันประการหนึ่งคือ ภาพที่ได้จากการ
แปลง จะเท่ากันทุกประการกับรูป
ต้นแบบเสมอ ไม่ว่าจะเป็นภาพที่ได้



การแปลงแต่ละแบบเพียงครั้งเดียว
การแปลงแต่ละแบบซ้ำกันหลายครั้ง
หรือเป็นการแปลงแบบใดแบบหนึ่ง
แล้วตามด้วยการแปลงอีกแบบหนึ่ง
เป็นเพราะว่า
การแปลงทางเรขาคณิตเหล่านี้เป็น



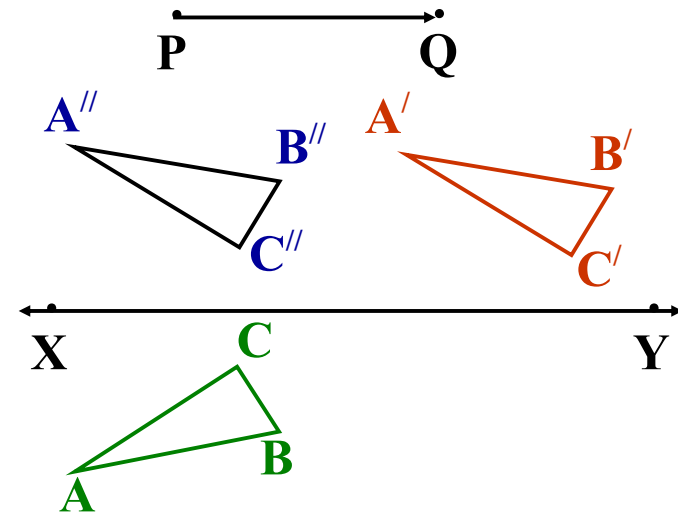
การเปลี่ยนตำแหน่ง ของรูปเรขาคณิตบนระนาบโดยที่ระยะระหว่างจุดสองจุดใดๆ ของรูปเรขาคณิตนั้นไม่เปลี่ยนแปลง



การสะท้อนแบบเลื่อน



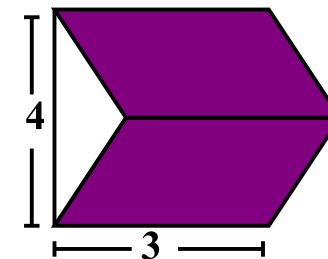
กำหนด ΔABC รูปต้นแบบ $\Delta A''B''C''$
 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC
 ด้วยเส้นสะท้อน XY และให้ $\Delta A'B'C'$
 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน
 $\Delta A''B''C''$ ด้วย เวกเตอร์ PQ ซึ่ง
 ด้าน PQ ขนานกับ ด้าน XY ดังรูป



ในทางคณิตศาสตร์เรียกการแปลง
 ทางเรขาคณิต ที่เป็นผล จากการ
 สะท้อนรูปต้นแบบ แล้วแปลงต่อ
 ด้วยการเลื่อนขนาน ตามแนวเส้น
 สะท้อน ด้วยระยะและทิศทางที่
 กำหนดนี้ว่า **การสะท้อนแบบเลื่อน**



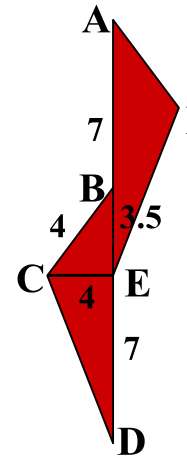
1)



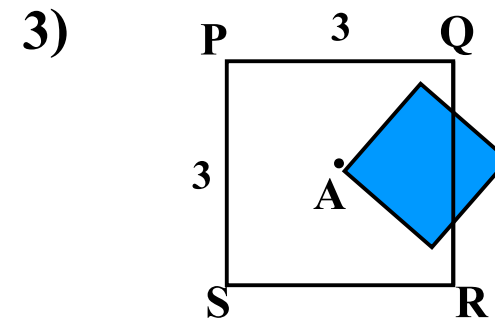
□ ด้านขนานมีฐานยาว 3 หน่วย
 มีความสูง 2 หน่วย
 สูตรพื้นที่ □ ด้านขนาน = ฐาน × สูง
 $= 2(2 \times 3)$
 $= 12$ ตร.หน่วย
 พื้นที่แรเงาประมาณ 12 ตารางหน่วย
ตอบ ประมาณ 12 ตารางหน่วย



2) กำหนดรูป ABCDEF
 มี $AB = DE = 7$ หน่วย
 จุด C อยู่ห่างจากจุด E
 4 หน่วยและ B อยู่ห่าง
 จากจุด E 3.5 หน่วยจงหา
 พื้นที่โดยประมาณของรูป ABCDEF

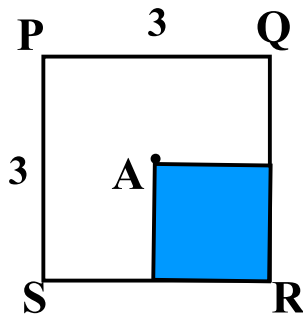


วิธีทำ Δ มีฐานยาว $7 + 3.5 = 10.5$
 มีความสูง 4 หน่วย
 สูตรพื้นที่ $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน \times สูง
 $= \frac{1}{2} \times 10.5 \times 4 \times 2$
 $= 42$ ตารางหน่วย





2)



□จัตุรัสมีด้านยาว 3 หน่วย

$$\begin{aligned} \text{สูตรพื้นที่ } \square \text{ จัตุรัส} &= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9 \text{ ตร.หน่วย} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นพื้นที่ที่แรเงา} = \frac{1 \times 9}{4}$$

พื้นที่ประมาณ 2.25 ตารางหน่วย

ตอบ 2.25 ตารางหน่วย

7)จากรูปสมมาตรอาจประมาณพื้นที่
เป็น $\frac{1}{2}$ ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



□ผืนผ้ามีด้านยาว 6 หน่วย

ด้านกว้าง 4 หน่วย

สูตรพื้นที่ □ ผืนผ้า = กว้าง \times ยาว

$$= 4 \times 6$$

$$= 24 \text{ ตารางหน่วย}$$

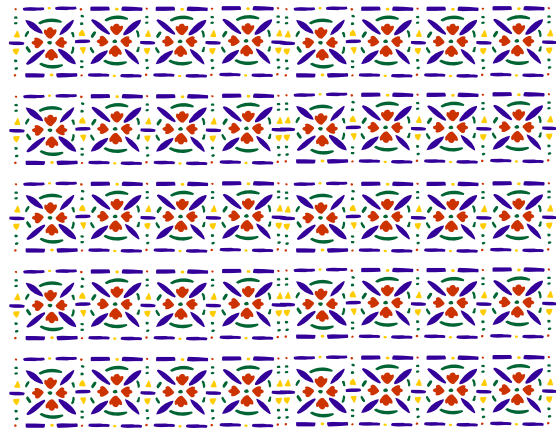


$$\text{พื้นที่ที่แรเงา} = \frac{1}{2} \times 24$$

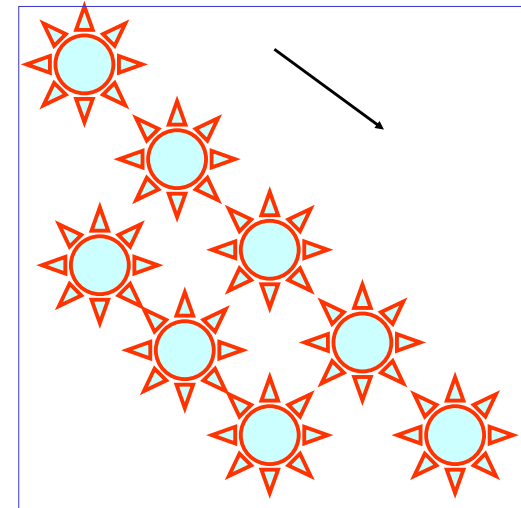
พื้นที่แรเงาประมาณ 12 ตารางหน่วย

ตอบ ประมาณ 12 ตารางหน่วย

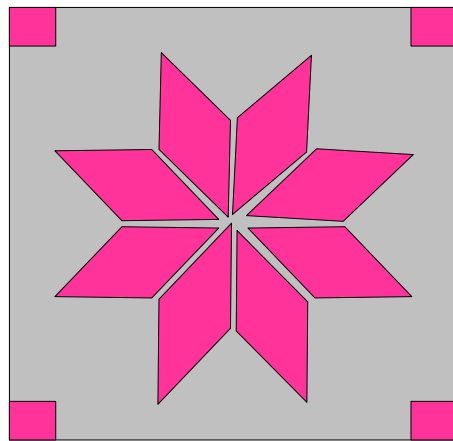
เลื่อนไปทางทิศใต้



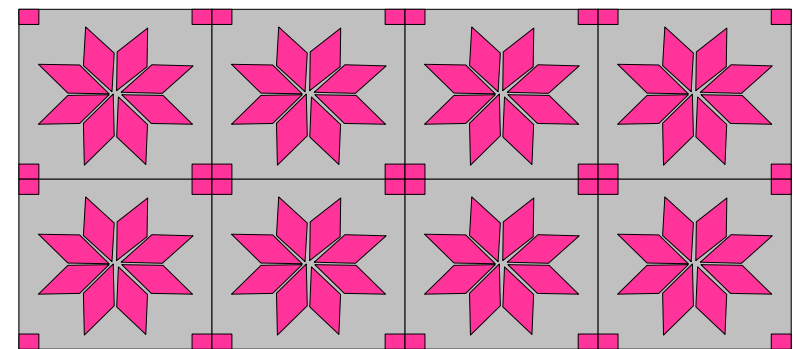
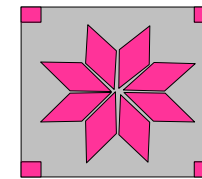
ครูชนิดา ควงแห



ครูชนิดา ควงแห

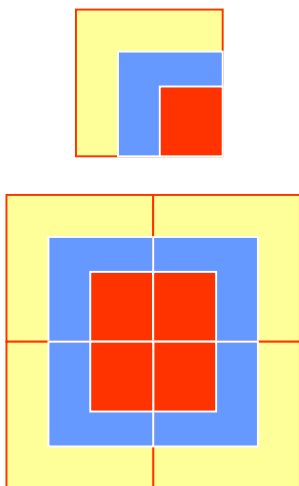


ครูชนิดา ควงแห



ครูชนิดา ควงแห





การบ้าน
แบบฝึกหัดที่ 4.3
หน้าที่ 191
ข้อที่ 3(3,4)